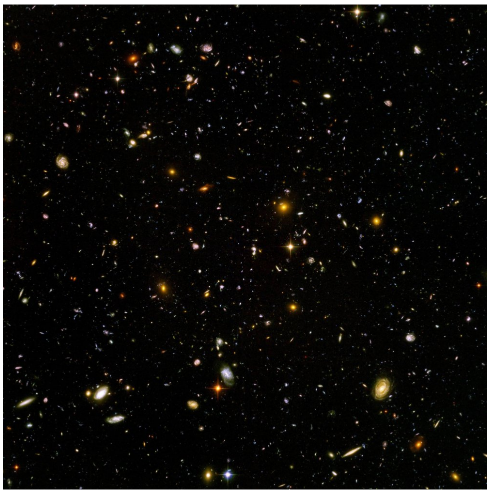
Katholische Universität Eichstätt
Theologische Fakultät
HS: KrV Analytik der Begriffe
Dozent: Prof. Dr. Norbert Fischer

Oliver Motz
phylax@gmx.fr
08421 / 67 50 28
phylax-computerkunst.de

Hauptseminararbeit

Endliches und Nichtunendliches

Funktion und Bedeutung des unendlichen Urteils in der transzendentalen Dialektik der Kritik der reinen Vernunft



Hubble Ultra Deep Field: Der bislang tiefste Blick ins Universum.

Kurzinhalt

Die vorliegende Arbeit unternimmt eine systematische Annäherung an das, was Kant als »unendliche Qualität« in seiner Urteilstafel aufführt. Ausgehend von der traditionell an deren systematischer Eigenständigkeit geübten Kritik (2.1) präsentiert der analytische Teil (2) die Konzepte der Realrepugnanz (2.2), der Existenzpräsupposition (2.3) und den Grundsatz der durchgehenden Bestimmung (2.4) als mögliche Erklärungsmodelle um zwischen negativen und unendliche Urteilen zu unterscheiden. Diese werden sich schlussendlich als nützlich erweisen, wenn es im synthetischen Teil (3) darum geht, den Beitrag des unendlichen Urteils zur »kritischen Entscheidung des kosmologischen Streits« bei der ersten Antinomie herauszustellen.

Abstract

The current paper undertakes a systematic approach to what Kant itemizes in his table of judgements as the »infinite quality«. Starting from the traditional critique uttered against its systematic independence (sct. 2.1), the analytic part (sct. 2) presents the concepts of real conflict (sct. 2.2), existential import (sct. 2.3), and the principle of complete determination (sct. 2.4) as possible means to distinguish between negative and infinite judgements. These will ultimately prove useful when it comes to show the infinite judgements contribution to the »critical solution of the cosmological conflict« of the first antinomy portrayed in the synthetic part (sct. 3).

Online-version unter `www.phylax-computerkunst.de/download/HA_u_urteil.pdf`

Inhaltsverzeichnis

1 Wenn Philosophen programmieren 3

2 Analytischer Teil: Kants unendliches Urteil 4
2.1 Kritik an der Eigenständigkeit des unendlichen Urteils 4
2.2 Die andere Negation 7
2.2.1 Realrepugnanz 7
2.2.2 Terminologische Festsetzung 8
2.2.3 Logische Form negativer und realer Inhalt unendlicher Urteile . . . 8
2.3 Existenzpräsupposition 10
2.3.1 Der König von Frankreich 10
2.3.2 Eine Frage der Quantität 11
2.3.3 Die andere Sphäre des unendlichen Urteils 11
2.4 Das Prinzip der durchgängigen Bestimmung 13
2.4.1 Die Bestimmbarkeit der Begriffe 13
2.4.2 Die durchgehende Bestimmung der Dinge 14
2.4.3 Realitätsberechnung 15
2.4.4 Limitation: graduell oder digital 18

3 Synthetischer Teil: Das unendliche Urteil in der ersten Antinomie 19
3.1 Die erste Antinomie 19
3.2 Der duftende Körper 20
3.3 Existenzpräsupposition des Geruchs und der Größe 21

4 Ausblick: Die minimale Realität der Welt 23

A Lambda-Kalkül 25

B Symbolverzeichnis 27

C Verzeichnis der Abbildungen 27

D Zitierweise und Siglen 28

E Dokumentstatistik 28

F Eigenständigkeitserklärung 28

Literatur 29

1 Wenn Philosophen programmieren

Vergangenes Jahr erreichte mich per Email eine jener Bildsequenzen, wie sie einem gelegentlich von Freunden zur Erheiterung zugeschickt werden. In diesem Fall handelte es sich um eine Zusammenstellung von amüsanten Fehlermeldungen, die man von Computern schmerzlich gewohnt ist. Eine von ihnen schöpfte ihr humoristisches Potential einerseits aus einer sprachlichen Absonderlichkeit. Der Rechner beschwerte sich: »Dies ist eine Nichtfunktion.«; andererseits war die eigentliche Pointe der Kommentar des Zusammenstellers: »Wenn Philosophen programmieren. . . «

Abb. 1: Wenn Philosophen programmieren. . .

Was hat der Ausdruck »Nichtfunktion« an sich, das ihm ein derart philosophisches Ansehen verleiht? Offensichtlich ist es die Integration der Negation (in Gestalt der Vorsilbe »Nicht-«) in das Substantiv »Funktion«. Dies erweckt den Eindruck, hier werde der Umstand, dass »dies« (wahrscheinlich eine Eingabe) keine Funktion ist, durch ein ungewohntes sprachliches Konstrukt ausgedrückt, das recht klug klingen will, aber doch eigentlich nichts anderes sagt als die übliche Formulierung. Der Witz lacht also über den absurd scheinenden Versuch der Philosophen, einen Unterschied zwischen folgenden Aussagen zu machen:

(T1) Dies ist keine Funktion.

(T2) Dies ist eine Nichtfunktion.

Der wahrscheinlich bekannteste Philosoph, der zumindest vor der Hand einen Unterschied zwischen diesen beiden Aussageformen annehmen würde, ist Immanuel Kant. Die Struktur des Satzes (T2) entspricht genau der Form dessen, was er in der Kritik der reinen Vernunft als *unendliche Qualität* in seine Urteilstafel aufnimmt [KrV, B 95]. In § 22 der 1800 von Jäsche herausgegebenen Logik grenzt er diese wie folgt gegen die einfache Verneinung (T1) ab: »In verneinenden Urtheilen afficirt die Negation immer die Copula, in unendlichen wird nicht die Copula, sondern das Prädicat durch die Negation afficirt, welches sich im Lateinischen am besten ausdrücken läßt.« [Log, A 162] [AA, IX 104]

Es ist denn auch nicht verwunderlich, dass Kant in einigen Kontexten, innerhalb derer er dem Unterschied dieser zwei Urteilsqualitäten sachliche Relevanz beimisst, lateinische Formulierungen anführt, um zu verdeutlichen, ob Kopula oder Prädikat durch die Negation affiziert wird. So auch bei der »kritischen Entscheidung des kosmologischen Streits«, wo Kant die Antithesis der ersten Antinomie einmal lateinisch formuliert

(T3) »[mundus] non est infinitus.« (Affektion der Kopula)

und ihr die deutsche Formulierung »Die Welt ist nichtunendlich« als von ihr verschieden gegenüberstellt [KrV, B 531 f]. Diese deutsche Formulierung — so viel geht aus anderen Stellen hervor[1] — müsste lateinisch übersetzt werden als

(T4) »mundus est noninfinitus.« (Affektion des Prädikats)

Dass Kant durch den sprachlichen Unterschied dieser zwei Formulierungen einen sachlichen Unterschied ihres Gehalts ausgedrückt sieht, muss aus folgendem Grund angenommen werden: Er bezeichnet die Opposition der Thesis zu (T3) als *analytisch*, diejenige zu (T4) hingegen als *dialektisch* [KrV, B 532 f]. Nur die Verwechslung dieser Oppositionen, genauer: ein fälschlicherweise für verneinend gehaltenes unendliches Urteil, ist die Ursache des dialektischen Scheins der Antinomie.

Den Unterschied dieser Oppositionen zu begreifen und auf diese Weise die Bedeutung des unendlichen Urteils für die Antinomienlehre aufzudecken macht sich vorliegende Arbeit zur Aufgabe. Zu diesem Zweck ist es vorbereitend erforderlich, einige Konzepte zu verstehen, von denen ein Abgrenzungskriterium des unendlichen Urteils vom verneinenden erwartet werden kann. In Abhebung von einer philosophisch-logischen Kritik an der Eigenständigkeit des unendlichen Urteils (2.1) werden im analytischen Teil (2) die Konzepte der Realrepugnanz (2.2), Existenzpräsupposition (2.3) und das Prinzip der durchgängigen Bestimmung (2.4) als mögliche Quellen der differentia specifica des unendlichen Urteils vorgestellt. Im synthetischen Teil (3) werden diese Konzepte dann zur Beschreibung der Funktion des unendlichen Urteils bei der Auflösung der ersten Antinomie herangezogen.

2 Analytischer Teil: Kants unendliches Urteil

2.1 Kritik an der Eigenständigkeit des unendlichen Urteils

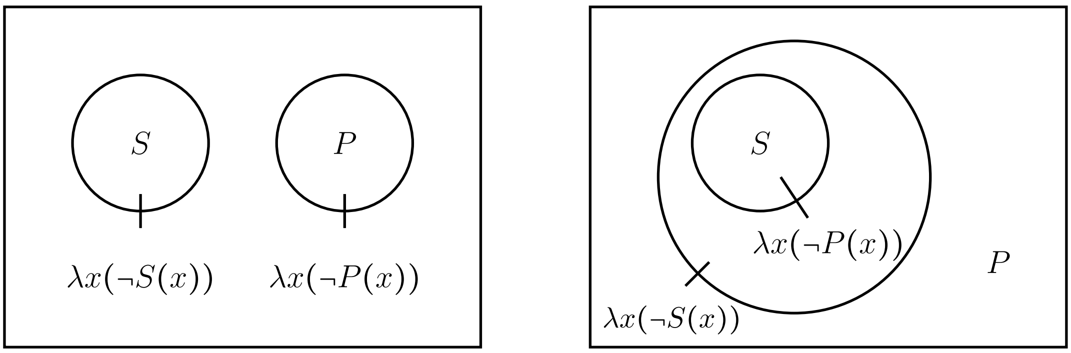
Die systematische Berechtigung unendlicher Urteile als eigenständige Klasse ist nicht nur auf humoristischem Weg in Frage gezogen worden. Allzu sehr scheinen sie Kants mitunter verhängnisvoller Liebe zur Symmetrie geschuldet zu sein, die eine dritte Urteilsqualität aus vermeintlich äußerlichen Gründen forderte. Schopenhauer nannte in diesem Sinne die Urteilstafel sogar ein »Bett des Prokrustes [...], in welches er [Kant] alle Dinge der Welt und Alles was im Menschen vorgeht gewaltsam hineinzwängt, keine Gewaltthätigkeit

[1] Lateinische Formulierung aller drei Urteilsqualitäten finden sich z. B. in einer Reflexion aus dem Nachlass: 1. Bejahend: »anima est mortalis«; 2. Verneinend: »anima non est mortalis« 3. Unendlich: »anima est non-mortalis«; [Reflexion 3063, AA, XVI 636 f]

scheuend und kein Sophisma verschmähend, um nur die Symmetrie jener Tafel überall wiederholen zu können.« [WWV, I 549] In den unendlichen Urteilen sah er »eine Grille der alten Scholastiker, [...] einen spitzfindig erdachten Lückenbüßer, was nicht einmal einer Auseinandersetzung bedarf, ein blindes Fenster, wie er [Kant]; zu Gunsten seiner symmetrischen Architektonik deren viele angebracht hat.« [WWV, I 582]

In die Tradition dieser Kritik stellt sich auch Albert Menne mit seinem Aufsatz über »Das unendliche Urteil Kants« [Men82]. Er steht — wie er selbst betont[2] — nicht allein mit seiner Haltung, doch bietet sich sein Aufsatz durch den engen Zuschnitt auf das unendliche Urteil als paradigmatisches Beispiel für die übliche Kritik an.

Nach einem Abriss über die terminologische Geschichte des unendlichen Urteils, der aufschlussreiche Informationen über die Quellen Kants liefert, bringt Menne seine systematische Kritik vor: Selbst wenn nämlich — so behauptet er — die Negation in unendlichen Urteilen das Prädikat, in verneinenden aber die Kopula affiziert, so schließe das nicht aus, »daß beides zum gleichen Ergebnis führt.« [Men82, S. 160] Diese Behauptung bringt er — eben so wie ihre Begründung — von einem ausgesprochen modernen Standpunkt aus vor: Er interpretiert Prädikate mengentheoretisch und bewegt sich damit in den Bahnen einer *extensionalen Logik*[3] [Men82, S. 160]. Dementsprechend stellt er die Umfangs- und Inklusionsverhältnisse bei den vermeintlich verschiedenen Urteilsarten durch einander umschließende Kreise dar (Abb. 2).



(a) (b)

Abb. 2: Verschiedene Darstellungen des gleichen mengentheoretischen Sachverhalts. Die Kreislinien schneidende Striche zeigen an, dass der Inhalt des betreffenden Kreises noch zum Umfang desjenigen Prädikats gehört, auf das der Strich zeigt (eine Art »Brücke«). Quelle: [Men82, S. 160]

Leider erläutert Menne die zwei Darstellungen nicht eingehend. Bedenkt man aber, dass eine der beiden dem unendlichen, die andere dem negativen Urteil entsprechen muss, so bleibt die folgende Interpretation der Schemata als die einzig sinnvolle übrig:

[2] Menne selbst nennt neben Schopenhauer u. a Erich Adickes [Adi87, S. 30 f] und Anneliese Maier [Mai30, S. 30] als weitere Kritiker einer Eigenständigkeit des unendlichen Urteils.

[3] Extensionale Logiken sehen die Bedeutung von Prädikaten in der Menge der unter sie fallenden Gegenstände.

Abb. 2a stellt die gewohnte Form realer (positiver) Urteile vor, bei der in beiden Fällen der Umfang von S und P als begrenzt vorgestellt wird. Die entsprechenden komplementären Bereiche sind die Umfänge der jeweiligen *negierten Prädikate*. Diese kann man im sogenannten Lambda-Kalkül[4] rein extensional formulieren als $\lambda x(\neg S(x))$ und $\lambda x(\neg P(x))$.[5] In dieser Gestalt wird besonders deutlich, dass die bei dieser Ableitung verwendete Negation die gewöhnliche aussagenlogische Funktion ($\neg$) der formalen Logik ist.[6] Wenn die in das Prädikat integrierte Verneinung genau die gleiche ist, welche auch in Urteilen die Kopula affiziert, so kommen freilich beide Fälle auf das Gleiche heraus. Dann besteht in der Tat kein Unterschied zwischen den Sätzen (T1) und (T2).

Eine weitere Folge dieses Vorgehens wird aus Abb. 2b ersichtlich: Das Komplementverhältnis zwischen dem Prädikat P und seiner negierten Version $\lambda x(\neg P(x))$ ist symmetrisch. P kann eben so wohl von $\lambda x(\neg P(x))$ abgehoben werden, wie umgekehrt. Dies wiederum ist in der Eigenschaft der aussagenlogischen Negation begründet, sich bei doppelter Anwendung auf die gleiche Aussage aufzuheben.[7] Dann können positiv formulierte Aussagen wie

(T5) *Kein S ist P.* $\hat{=} \forall x(S(x) \rightarrow \neg P(x))$

ohne eine Veränderung ihres Inhalts umgewandelt werden in die doppelt verneinte:

(T6) *Jedes S ist ein Nicht-P* $\hat{=} \forall x(S(x) \rightarrow \lambda y(\neg P(y))(x))$

Auf dem Feld der formalen Aussagenlogik ist offensichtlich die Eigenständigkeit des unendlichen Urteils nicht zu retten. Da dies erkennbar mit ihrem spezifischen Negationsbegriff zusammenhängt, wird eine Alternative zu diesem zu suchen sein, wenn Kant seine Urteilstafel rechtfertigen will.

[4] Die formalen Fassung negierter Prädikate mittels dieses Kalküls sind als Ergänzungen für in formaler Logik geschulte Leser gedacht. Eine Kurzdarstellung, welche jedoch Vertrautheit mit der Aussagen- und Prädikatenlogik voraussetzt, findet sich im Anhang A.

[5] Im Gegensatz dazu bedient sich Menne einer abkürzenden Schreibweise, die negierte Prädikate durch Apostrophen (P') von ihren positiven Komplementen (P) ableitet. Die Unterschiede zwischen beiden Notationen sind allerdings rein äußerlicher Natur, wie auch Mennes eigene Definition seiner Kurzschreibweise deutlich macht [vgl. Men82, S. 160].

[6] Dies ist im Lambda-Kalkül besonders leicht zu demonstrieren, da durch β-Reduktion folgende Äquivalenz für alle a gilt: $\lambda x(\neg P(x))(a) \longleftrightarrow \neg P(a)$.

[7] Auch dies zeigt sich im Lambda-Kalkül: Die wiederholte logische Negation eines bereits negierten Prädikats ergibt wieder das positive Ausgangsprädikat. Formal gelten für alle a folgende Äquivalenzen, die durch zweifache β-Reduktion erklärt werden können:
$\lambda y(\neg\lambda x(\neg P(x))(y))(a) \longleftrightarrow \neg\lambda x(\neg P(x))(a) \longleftrightarrow \neg\neg P(a) \longleftrightarrow P(a)$

2.2 Die andere Negation

2.2.1 Realrepugnanz

Kant schenkte der Negation bereits in seiner vorkritischen Zeit ausreichend Beachtung, um ihr eine eigene Schrift zu widmen: den 1763 erschienenen »Versuch den Begriff der negativen Größen in die Weltweisheit einzuführen« [NG]. Dort kontrastiert er zwei Formen der Entgegensetzung (Repugnanz): Die logische und die reale.

Die *logische Entgegensetzung* verletzt den Satz des Widerspruchs, indem »von eben demselben Dinge etwas zugleich bejaht und verneint wird« [NG, A 3] [AA, II 171]. In dieser widersprüchlichen Weise bestimmtes ist allerdings weder denk- noch vorstellbar (irrepraesentabile). Der Begriff eines zugleich bewegten und nicht bewegten Körpers beispielsweise ist in genau diesem Sinne denkwidrig. Hier führt die Verknüpfung einander logisch entgegengesetzter Prädikate in einem Subjekt zu einem logischen Nichts, das Kant auch als nihil negativum bezeichnet. von dieser Art ist die Negation, wie sie in den negierten Prädikaten aus Abschnitt 2 zum Einsatz kam.

Dem gegenüber beruht die *reale Entgegensetzung* nicht auf dem Satz des Widerspruchs. Die Aufhebung des einen Prädikats durch das andere führt hier auf etwas denk- und vorstellbares (repraesentabile). Als Beispiel führt Kant einen Körper an, auf den zwei einander entgegengesetzte Bewegungskräfte gleichzeitig einwirken. Ein solcher Körper wird von der Differenz der beiden Kräfte in die Richtung der jeweils stärkeren bewegt, worin kein Widerspruch besteht. Für den Spezialfall, dass beide ihrem Betrag nach gleich stark sind, bleibt der Körper in Ruhe. Aber auch diese Ruhe ist nicht in sich widersprüchlich, wenngleich auch sie in einem gewissen Sinne nichts ist, nämlich der völlige Mangel an Bewegung, weswegen Kant dieses Nichts auch als nihil privativum anspricht. In Anlehnung an die Mathematik, in welcher die Zusammensetzung gleicher Größen verschiedenen Vorzeichens (etwa $+3-3$) ebenfalls zu deren wechselseitiger Aufhebung führt, bezeichnet Kant den so erreichten Zustand außerdem als $Zero = 0$ [NG, A 4] [AA, II 172].

Die Rede von einem nihil privativum birgt durch die philosophiehistorische Vorbelastung des Begriffs der privatio (στέρεσις, Beraubung) die Gefahr eines Missverständnisses: Anders als die Beraubungstheorie etwa Platons [vgl. Hir00, S. 83] führt die Kantische Konzeption gerade nicht auf ein asymmetrisches Verhältnis zweier Begriffe, von denen der eine positives Sein bezeichnet, an dem der andere dann lediglich einen Mangel (Beraubung) ausdrücken würde. Kant hält es im Gegenteil für unbestimmbar, welche der beiden Größen die eigentlich positive bzw. negative ist. Vielmehr ist eine jede von ihnen die Negative der anderen, hat aber für sich Positivität, »so daß man also eigentlich keine Größe schlechthin negativ nennen kann, sondern sagen muß, daß $+a$ und $-a$ eines die negative Größe der andern sei« [NG, A 9 f] [AA, II 174].

2.2.2 Terminologische Festsetzung

Um im Fortgang jede Konfusion zwischen den beiden Negationsarten zu vermeiden, werde ich mich folgender Terminologie und Notation bedienen:

1. *Negierte Prädikate* sind von einem Ausgangsprädikat P durch logische Negation abgeleitet. Formal werde ich mich zu ihrer Bezeichnung der komplizierten, aber dafür um so sprechenderen Form des Lambda-Kalküls bedienen: $\lambda x(\neg P(x))$.

2. *Negative Prädikate* sind stets einem anderen real entgegengesetzt. Ich werde dies andeuten, indem ich ihre Ausrichtung durch einen Pfeil markiere, so dass $P^{\uparrow}$ und $P^{\downarrow}$ wechselseitig in realer Repugnanz zueinander stehen. Ihre jeweiligen Beträge werde ich ggf. auch markieren, so dass beispielsweise $P_2^{\uparrow}(a)$ und $P_3^{\downarrow}(a)$ zu $P_1^{\downarrow}$ führen[8]. Der Spezialfall des Zero (nihil privativum) hat freilich keine Ausrichtung, sondern lediglich den Betrag Null, so dass $P_2^{\uparrow}(a)$ und $P_2^{\downarrow}(a)$ zu P_0 führen.

2.2.3 Logische Form negativer und realer Inhalt unendlicher Urteile

Die rein formale Ausrichtung der logischen Repugnanz erklärt sich bereits daraus, dass sie ihre Gültigkeit allein aus dem obersten und abstraktesten aller logischen Gesetze, dem Satz des Widerspruchs, herleitet. Dem gegenüber bedarf es zur Feststellung einer realen Repugnanz eines Einblicks in die semantischen Zusammenhänge der Begriffe. Dass Liebe und Hass einander real entgegengesetzte Prädikate sind [vgl. NG, A 25] [AA, II 182], geht nicht aus einem logischen Prinzip hervor, sondern beruht auf dem Verhältnis der *inhaltlichen Bedeutungen* dieser beiden Prädikate.

Von eben dieser inhaltlichen Natur der Realrepugnanz könnte auch die in unendlichen Urteilen enthaltene Negation zu denken sein. Dies jedenfalls suggeriert Kant, wenn er bei seiner Erläuterung der Urteilstafel in § 9 der Analytik die Eigenständigkeit der unendlichen Urteile folgendermaßen verteidigt:

> Es »müssen in einer transscendentalen Logik unendliche Urtheile von bejahenden noch unterschieden werden, wenn sie gleich in der allgemeinen Logik jenen mit Recht beigezählt sind und kein besonderes Glied der Eintheilung ausmachen. Diese nämlich abstrahirt von allem Inhalt des Prädicats (ob es gleich verneinend ist) und sieht nur darauf, ob dasselbe dem Subject beigelegt, oder ihm entgegengesetzt werde. Jene aber betrachtet das Urtheil auch nach dem *Werthe oder Inhalt* dieser logischen Bejahung *vermittelst eines bloß verneinenden Prädicats*, und was diese in Ansehung des gesammten Erkenntnisses für einen Gewinn verschafft.«
> [KrV, B 97]

[8] Man mag versucht sein, dieses »führen« im Sinne einer Implikation zu fassen, so dass gelten würde: $P_2^{\uparrow}(a) \wedge P_3^{\downarrow}(a) \rightarrow P_1^{\downarrow}$. Eine solche Interpretation hätte aber mit der Schwierigkeit zu kämpfen, dass die »Einwirkung« der beiden Prädikate stets atemporal bzw. gleichzeitig gedacht würde. Einige von Kants Beispielen deuten aber darauf hin, dass diese Einwirkungen auch zeitlich versetzt erfolgen können [Etwa NG, A 22] [AA, II 180f]. Wenngleich sich diese zeitliche Perspektive einer formalen Fassung nicht prinzipiell entziehen dürfte, ist eine regelrechte Übersetzung der Realrepugnanz in einen Logikkalkül für vorliegende Arbeit weder angestrebt noch notwendig.

Die transzendentale Logik unterscheidet sich von der allgemeinen also dadurch, dass sie Urteile und Prädikate auch ihrem Inhalt nach in den Blick nimmt; und nur diese Tatsache soll Grundlage sein für die systematische Berechtigung unendlicher Urteile in der transzendentalen Logik. Diese Argumentation ist nur sinnvoll, wenn auch der Unterschied zwischen bejahenden und verneinenden Urteilen auf der einen und unendlichen Urteilen auf der anderen Seite ein Unterschied hinsichtlich ihrer Inhalts- und Formbezogenheit ist. Während die bejahende und die negative Qualität von allem Inhalt abstrahieren, ist mit der Qualifikation eines Urteils als unendlich eine Aussage über den Inhalt seines Prädikats getroffen: Es ist das Negative eines anderen, in welcher Weise auch immer.

An dieser Stelle stellt Kant das unendliche Urteil zwar nur in Opposition zum bejahenden, doch muss es sich hinsichtlich seiner Inhaltsbezogenheit eben so vom negativen unterscheiden, das ja zweifellos zur allgemeinen Logik zählt und dementsprechend von allem Inhalt abstrahiert. Jeder Verdacht einer μετάβασις εἰς ἄλλο γένος kann durch Rekurs auf eine Reflexion ausgeräumt werden, in der Kant das Argument ganz analog für die Opposition negativer und unendlicher Urteile führt:

> »Wen blos die logische Form Verändert werden soll, so muß [darf] die Materie der Begriffe, d.i. der Inhalt derselben, nicht verändert (aus mortalis nicht nonmortalis gemacht) werden. Da nun die Logik es blos mit der Form des Urtheils, nicht mit den Begriffen ihrem Inhalte nach zu thun hat, so ist die Unterscheidung der Unendlichen von negativen Urtheilen nicht zur Logik gehörig. Diese Benennung geht auch nur auf die Verhütung des Scheins einer negation des Untersatzes in einem Vernunftschlusse, wenn das praedicat desselben blos verneinend ist. [...]« [Reflexion 3070, AA, XVI 641]

Es liegt nahe, diesen Unterschied hinsichtlich der Inhaltsbezogenheit in der gleichen Weise zu denken, wie denjenigen zwischen logischer und realer Repugnanz. Eine Analogie zweier Oppositionsverhältnisse verbürgt allerdings freilich noch nicht deren Identität; d. h. es ist damit nicht gesagt, das »non-« in »nonmortalis« sei eine Negation im Sinne der Realrepugnanz.[9] Eine Äußerung Kants, in welcher er die beiden Oppositionsverhältnisse ausdrücklich als ein und das selbe auswiese, ist mir nicht bekannt. Ihre Gleichsetzung wird also — so sie denn stichhaltig ist — nur auf Umwegen und im Hinblick auf die Gesamtabsicht der unendlichen Urteilsqualität erwiesen werden können.

[9] Überhaupt sträubt sich unser Verstand dagegen, ein *diskretes* Prädikat wie »Nichtsterblichkeit« in dem gleichen Verhältnis zu denken wie etwa das *graduelle* Prädikat »Unlust«. Bei letzterem fällt es wesentlich leichter, sich eine »Verrechnung« mit seinem negativen, der Lust vorzustellen, da beiden ein Betrag zugewiesen werden kann. Wie aber soll »Nichtsterblichkeit« in einem gewissen Grade verstanden werden? Welches sollte das negative Prädikat sein, das der »Nichtsterblichkeit« real entgegengesetzt ist?

2.3 Existenzpräsupposition

2.3.1 Der König von Frankreich

Ein möglicher Umweg ist ein Gedankengang, den vor allem Betrand Russell in seinem epochalen Aufsatz »On Denoting« zur Entfaltung gebracht hat [vgl. Rus05]. Er vergleicht dort Sätze wie:

(T7) Der Vater Charles II. wurde hingerichtet.

(T8) Der gegenwärtige König von Frankreich ist kahlköpfig.

Russell richtet sein Augenmerk auf die Nominalphrasen (»denoting phrases«) dieser Sätze und stellt fest, dass in einer jeden von ihnen eine *Existenzaussage* getroffen wird. Dabei ist (T7) aufzulösen in:

$(T7)_1$ Es gibt genau ein Ding, das Vater Charles des II. war,

$(T7)_2$ und dieses Ding wurde hingerichtet

Es handelt sich also um zwei Aussagen, von denen beide ($(T7)_1$ und $(T7)_2$) wahr sein müssen, damit die Gesamtaussage (T7) wahr ist. Daraus ergibt sich unmittelbar, dass $(T7)_2$ nur dann über die Wahrheit von (T7) entscheidet, wenn $(T7)_1$ bereits als wahr vorausgesetzt wird. Ist der erste Teil, falsch, so ändert der Wahrheitswert des zweiten nichts an der Falschheit der Gesamtaussage. Dies sieht man noch deutlicher an der Falschheit von Satz (T8), der in folgende Teile zerfällt:

$(T8)_1$ Es gibt genau ein Ding, das König von Frankreich ist,

$(T8)_2$ und dieses Ding ist kahlköpfig.

Hier entscheidet bereits $(T8)_1$ für die Falschheit von (T8); $(T8)_2$ ändert nichts mehr daran. Sucht man, den Satz (T8) zu verneinen, gelangt man intuitiv auf folgende Aussage:

(T9) Der König von Frankreich ist *nicht* kahlköpfig.

In dieser Gestalt aber lässt der Satz zwei Interpretationen zu [vgl. Rus05, S. 490]:

(T9)' De dicto — Die Negation betrifft ganzen Satz: »Es ist falsch, dass es genau ein Ding gibt, das König von Frankreich ist und kahlköpfig ist.« [10]

(T9)" De re — Die Negation betrifft nur den zweiten Teil: »Es gibt genau ein Ding, das König von Frankreich ist, aber dieses Ding ist nicht kahlköpfig.«

[10] Man mag sich fragen, ob der Satz (T9) diese Interpretation tatsächlich zulässt. In einen entsprechenden Kontext eingebettet wird sie aber schnell plausibel. So könnte jemand auf die Frage, ob der König von Frankreich eine Glatze habe, durchaus antworten: »Der König von Frankreich hat *keine* Glatze, kann ja gar keine haben, da es ihn gar nicht gibt.« Auch Russell hält beide Interpretationen für möglich [vgl. Rus05, S. 490].

In der de dicto-Interpretation ist der Satz wahr, da ein solches Ding tatsächlich nicht existiert (Frankreich hat keinen König). In der de re-Interpretation hingegen ist er falsch. Denn hier wird eine negative Aussage über ein Ding (»de re«) getroffen, mithin dessen Existenz vorausgesetzt. Die unwahre Existenzbehauptung bezüglich eines französischen Königs ist aber bereits für sich hinreichend, damit der Gesamtsatz falsch ist.

2.3.2 Eine Frage der Quantität

Russells Entdeckung geht einher mit einer formallogischen Erfassung des bestimmten Artikels, derzufolge dieser besagt, dass eine bestimme Klasse — etwa diejenige der gegenwärtigen Könige Frankreichs — genau ein Element enthält. Diese Bedeutung wird durch Verschränkung zweier anderer formaler Konstrukte erreicht:

(T10) Die Klasse K hat mindestens ein Element $\hat{=}$ Es gibt mindestens ein K $\hat{=}$ $\exists x(K(x))$

(T11) Die Klasse K hat höchstens ein Element $\hat{=}$ Es gibt höchstens ein K
$\hat{=}$ $\forall x \forall y(K(x) \wedge K(y) \rightarrow x = y)$

Damit bedeutet der bestimmte Artikel:

(T12) Die Klasse K hat mindestens ein und höchstens ein Element $\hat{=}$ Es gibt mindestens ein und höchstens ein K
$\hat{=}$ $\exists x(K(x)) \wedge \hat{=}$ $\forall x \forall y(K(x) \wedge K(y) \rightarrow x = y)$

Bereits das erste Konstrukt (T10) ist hinreichend für das Auftreten der Problematik, um die es Russell geht; denn wenn es genau einen König von Frankreich gibt, dann gibt es auch mindestens einen. *Auch für die Wahrheit eines partikularen Urteils ist es also notwendig, dass sein Subjektsbegriff nicht leer ist.* Der Satz »Ein Regierungsmitglied ist korrupt.« ist falsch, wenn unter den Regierungsmitliedern keiner korrupt ist, er ist aber auch falsch, wenn es keine Regierungsmitglieder gibt. Diese *Erfordernis eines nichtleeren Subjektsbegriffs* ist bei modernen Logikern unter dem Namen *existential import* bzw. *Existenzpräsupposition* bekannt [vgl. Lor04, S. 381 Sp 1].

2.3.3 Die andere Sphäre des unendlichen Urteils

In der modernen Logik ist die Existenzpräsupposition eine Frage der Quantität des betreffenden Urteils — in allen bisher verwendeten Beispielen kam der Einsquantor $\exists$ vor. Kant nun integriert dieses Moment in die *Qualität* eines Urteils. Auf diese Lesart der Urteilstafel beruft sich wenigstens Michael Wolff in seiner Monographie über »Die Vollständigkeit der Kantischen Urteilstafel« [Wol95, S. 160ff]. Nach dieser Interpretation schließt sich Kant der traditionellen Auffassung an, *dass bejahende und unendliche Urteile die Existenz ihrer*

Subjekte voraussetzen — im Gegensatz zu den verneinenden. So können zwar aus Urteilen der Form

(T13) A ist B; Der König von Frankreich ist kahlköpfig. (bejahend)

(T14) A ist nicht-B; Der König von Frankreich ist nichtkahlköpfig. (unendlich)

folgende negative Urteile gefolgert werden

(T13)' A ist nicht nicht-B; Der König von Frankreich ist nicht nichtkahlköpfig.

(T14)' A ist nicht B; Der König von Frankreich hat ist nicht kahlköpfig.

Umgekehrt ist dies aber nicht möglich. Denn die verneinenden Urteile (T13)' und (T14)' sind insofern logisch schwächer als (T13) und (T14), als sie auch dann wahr sind, wenn es keine A (keinen König Frankreichs) gibt. Dabei sind (T13)' und (T14)' auf jeden Fall so zu interpretieren, dass sich in ihnen eine Negation auf das Urteil als Ganzes (de dicto) bezieht (wie bei der Interpretation (T9)' auf S. 10).

Die Stelle aus der transzendentalen Methodenlehre [KrV, B. 737] auf die Wolff zur Stützung dieser Deutung verweist, lässt sich zwar durchaus in ihrem Sinne interpretieren, doch scheint mir eine Reflexion aus dem Nachlass gerade hinsichtlich des unendlichen Urteils prägnanter zu sein:

> »Der Verneinende Satz zeigt an, daß etwas nicht unter der Sphäre eines gegebenen Begrifs enthalten sey; der unendliche: daß etwas unter der Sphäre, die außer dem gegebenen Begriffe liegt, enthalten sey; folglich setzt er voraus, daß außerhalb der Sphäre desselben eine andere sey, in der er enthalten ist, mithin daß er zu einer Sphäre gehore, die die vorige einschränkt. [. . .] Das erste geschieht nach dem principio exclusi medii (zwischen a und non a giebts kein Drittes) etc etc. Das zweyte dem der durchgangigen determination, welche unendlich ist. Das erste ist das princip der Bestimmung: unter zwey entgegengesetzten Urtheilen ist eines wahr. Es sagt nur, daß der Satz: ›anima non est mortalis‹ dem Satze: ›anima est mortalis‹ entgegengesetzt sey. Das zweyte geschieht nach dem *princip der durchgängigen Bestimmung*, welches in Ansehung eines Dinges überhaupt geschehen soll, nur in Ansehung der Sachheit überhaupt, d.i. der realitaet, bestimmt und außer der Sphäre eines Begrifs eine unendliche Sphäre der Bestimmung aller Dinge, namlich der Sachheit, d. i. realitaet, hinzuzieht. Außer der sphaera eines Begrifs ist Raum zu einer unendlichkeit von Sphäris. [Reflexion 3063 AA, XVI 636f]«

Kants Worte auf Russells Beispiel anwendend könnte man also sagen, dass die Behauptung, der König von Frankreich sei nichtkahlköpfig, diesen außerhalb der Sphäre der »Kahlköpfigen« setzt, aber doch behauptet, dass er etwas sei, nur eben *etwas anderes* als ein Kahlköpfiger. Ganz deutlich erklärt es Kant in einer weiteren Reflexion: »›Die Seele ist etwas anderes als das sterbliche‹: ist unendlich, aber bejahend.« [Reflexion 3064. AA, XVI 638] Dieses Moment eines *anderen* soll nun das entscheidende Abgrenzungskriterium des unendlichen Urteils vom verneinenden sein; ersteres schiebt gewissermaßen immer ein »sondern« hintennach: »Der König von Frankreich ist nicht kahlköpfig, *sondern*. . . «

Das *Andere, das beim unendlichen Urteil stets mitgedacht sein soll,* wird dessen tragende Rolle in der transzendentalen Dialektik überhaupt erst möglich machen. Um dieser Rolle auf die Spur zu kommen, muss dasjenige Prinzip in den Blick genommen werden, nach dem laut Kant die Setzung des Subjekts in eine andere Sphäre verfährt: das Prinzip der *durchgängigen Determination (Bestimmung)*.

2.4 Das Prinzip der durchgängigen Bestimmung

2.4.1 Die Bestimmbarkeit der Begriffe

»Ein jeder Begriff ist in Ansehung dessen, was in ihm selbst nicht enthalten ist, unbestimmt und steht unter dem Grundsatze der Bestimmbarkeit«, stellt Kant im Abschnitt über das transzendentale Ideal [KrV, B 599] fest und meint hier mit Bestimmung das Verfahren eines disjunktiven Urteils [vgl. KrV, B 604 f]. Nun ist ein Urteil »disjunctiv, wenn die Theile der Sphäre eines gegebenen Begriffs einander in dem Ganzen oder zu einem Ganzen als Ergänzungen (complementa) bestimmen.« [Log, A 165] [AA, IX 106] So kann der Begriff des Dreiecks etwa folgendermaßen weiterbestimmt werden:

(T15) Jedes Dreieck ist entweder spitzwinklig, rechtwinklig, oder stumpfwinklig.

Dieses Urteil kann nun als *Obersatz* in einen disjunktiven Vernunftschluss eingehen. Lautet weiter der *Untersatz*:

(T16) Jedes gleichseitige Dreieck ist spitzwinklig.

so können aus (T15) und (T16) folgende Konklusionen gefolgert werden:[11]

(T17) Jedes gleichseitige Dreieck ist nicht rechtwinklig.

(T18) Jedes gleichseitige Dreieck ist nicht stumpfwinklig.

Es kommt Kant besonders darauf an, *dass bereits der Satz des Widerspruchs allein ausreicht, die Gültigkeit disjunktiver Vernunftschlüsse zu verbürgen* — wenigstens so lange diese auf der Ebene der Begriffe bleiben. So war denn auch in oben genanntem Beispiel nicht von konkreten Dreiecken (wie sie Gegenstand reiner Anschauung sein können), sondern lediglich von Dreiecksbegriffen die Rede. An diesem Umstand ist vor allem wichtig, dass der Schluss nicht daran scheitern würde, wenn einer oder mehrere der beteiligten Begriffe leer wären. Ein biologisches Beispiel mag dies illustrieren:

(T19) Alle Chordatiere sind entweder Manteltiere, Schädellose oder Wirbeltiere.
$\hat{=} \forall x.\mathit{chordatier}(x) \rightarrow (\mathit{manteltier}(x) \rightarrowtail\!\!\prec (\mathit{sch\ddot{a}dellos}(x) \rightarrowtail\!\!\prec \mathit{wirbeltier}(x)))$ [vgl. Wik09a]

(T20) Alle Spiralhornantilopen sind Wirbeltiere. $\hat{=} \forall x.(\mathit{spiralantilope}(x) \rightarrow \mathit{wirbeltier}(x))$

[11] Wie Kant in der von Jäsche herausgegebenen Logik anmerkt, müsste das vorliegende Beispiel eigentlich mehrstufig (»polysyllogistisch«) abgehandelt werden; etwa dergestalt, dass zuerst eine Einteilung in rechtwinklige und nichtrechtwinklige Dreiecke vorgenommen wird, und dann die nichtrechtwinkligen weiter in spitz- und stumpfwinklige unterschieden werden. Um der Kürze willen ist aber — wie Kant selbst feststellt — eine unmittelbare Untergliederung eines Begriffs in mehr als zwei disjunkte Sphären durchaus zulässig. [vgl. Log, A 202 f]

Daraus kann geschlossen werden:

(T21) Alle Spiralhornantilopen sind weder Manteltiere noch Schädellose.
$\hat{=}\ \forall x.spiralantilope(x) \rightarrow \neg manteltier(x) \wedge \neg schädellos(x)$

Die Tatsache, dass die Existenz von Spiralhornantilopen umstritten ist [vgl. Wik09b] hat auf die Gültigkeit dieses Schlusses keinerlei Einfluss. Denn hier ist nicht von wirklichen Spiralhornantilopen, Chordatieren etc. die Rede, sondern von Begriffen und ihren Verhältnissen untereinander. *Universale Urteile präsupponieren nicht die Existenz von Gegenständen, die unter die in ihnen vorkommenden Begriffe fallen.*

2.4.2 Die durchgehende Bestimmung der Dinge

Der Grundsatz der durchgehenden Bestimmung dagegen bezieht sich nicht, wie derjenige der Bestimmbarkeit, auf Begriffe, sondern auf *Dinge*, das heißt Gegenstände möglicher Anschauung (sei sie nun rein oder empirisch). Durchgängig ist deren Bestimmung deshalb, weil bei jedem Ding nicht nur für jedes in einem disjunktiven Obersatz *gegebene*, sondern auch für jedes *mögliche* Prädikat, entschieden werden kann und muss, ob es dem betreffenden Ding zukommt oder nicht. »Die durchgängige Bestimmung ist folglich ein Begriff, den wir niemals in concreto seiner Totalität nach darstellen können« [KrV, B 601], denn der Raum aller möglichen Prädikate, der bei der durchgängigen Bestimmung zu durchlaufen ist, kann dem Subjekt zu keiner Zeit vollständig bekannt sein. So gehört z. B. die Angabe, ob ein bestimmter Stern im Radiobereich strahlt, auch dann zu seiner durchgängigen Bestimmung, wenn — wie zu Kants Zeiten — von Radiowellen überhaupt nichts bekannt ist. Denn »um ein Ding vollständig zu erkennen, muß man alles Mögliche erkennen und es dadurch, es sei bejahend oder verneinend, bestimmen.« [KrV, B 601] Daraus ergibt sich nun aber gerade nicht der Schluss, dass Kant — auf dem Kenntnisstand des 18. Jahrhunderts — über jeden Stern geurteilt hätte, er sende keine Radiowellen aus. Vielmehr wäre der Stern hinsichtlich der nicht gegebenen, sondern nur möglichen Prädikate unbestimmt zu lassen, was jedoch nichts daran ändert, das der Stern *in sich* hinsichtlich dieser Prädikate bestimmt ist, d. h. unter besagtem Grundsatz der Bestimmung steht.

Wenn nun einem Ding bei seiner Bestimmung ein Prädikat abgesprochen wird, so wird seine *Realität beschränkt.* Hier muss man sich klar machen, dass Kant, wenn er von Realität spricht, damit nicht auf Existenz abhebt (für diese gebraucht er gewöhnlich das Wort »Wirklichkeit«). Realität ist vielmehr im Sinne von Sachgehalt, positiver Bestimmtheit zu verstehen.[12] Dabei hebt Kant hervor, dass durch manche Prädikate »ein Sein, durch

[12]Dies ist auch die Auffassung Heideggers von »Kants These über das Sein«. Bei ihm ist zu lesen: »für Kant hat das Wort ›real‹ noch die ursprüngliche Bedeutung. Es meint dasjenige, was zu einer res, zu einer Sache, zum Sachgehalt eines Dings gehört. Ein reales Prädikat, eine zur Sache gehörende Bestimmung ist z. B. das Prädikat ›schwer‹ im Hinblick auf den Stein, gleichviel ob der Stein wirklich existiert oder nicht.« [Hei76, S. 451/279]

andere ein bloßes Nichtsein vorgestellt wird« [KrV, B 602]. Der Versuch, diese Überlegung an das in Abschnitt 2.2 vorgestellte Konzept der negativen Größen anzuschließen,[13] wirft an der Oberfläche folgendes Problem auf: Von den negativen Größen wurde behauptet, sie seien immer nur *relativ* auf eine ihnen real entgegengesetzte *andere* Größe negativ (siehe 2.2.1). Dem scheint Kants Versuch zu widersprechen, die Prädikate in negative und positive einzuteilen. Allein man darf nicht den Fehler begehen, Größen und Prädikate mit einander zu verwechseln. So gehen denn auch beide Konzepte füglich zusammen, wenn man solche Prädikate als *real positiv* auffasst, welche ihrem Subjekt eine Größe ungleich dem Zero zuweisen. Diese allein erhöhen die Realität des Subjekts. *Real negative* Prädikate hingegen setzen ein Zero am Subjekt, schränken seine Realität ein, »berauben« es einer seiner positiven Bestimmungen, wodurch Kants Rede vom Zero als einem nihil privativum bestätigt wird.

Verneinungen dieser Art, stellen ein »Nichtsein *am* Gegenstande« vor, nicht jedoch das Nichtsein *des* Gegenstandes [KrV, B 602]. Insofern wird seine Realität durch negative Urteile lediglich beschränkt, seine Existenz aber ist weiterhin gesetzt.[14] Auf diese Weise wird auch plausibel, dass der unendlichen Urteilsqualität die Kategorie der *Limitation* entspricht. Das zu bestimmende Ding bleibt doch trotz aller an ihm vorgenommenen Negation, d. h. Limitation seiner Realität, immer noch etwas; nur eben etwas *anderes* als durch die Limitationen aus seiner Bestimmung entfernt wird.

2.4.3 Realitätsberechnung

Wenn die Realität eines Dings dadurch limitiert wird, dass es hinsichtlich eines seiner Prädikate mit der Größe Zero bestimmt wird, so setzt dies voraus, dass andere Bestimmungen, d. h. solche $\neq 0$, dem Ding Realität zusprechen bzw. sie nicht einschränken[15]. Nun hat aber das Konzept der negativen Größen — wenigstens in Kants paradigmatischen Beispielen — einen graduellen Aspekt, d. h. die möglichen Größen bilden ein *Kontinuum*. Dies drängt

[13] Die hier vorgetragene Lösung lehnt sich an Fumiyasu Ishikawas Dissertation [Ish90] über »Kants Denken eines Dritten« an [vgl. v. a. Ish90, §§ 6–8].

[14] Hier zwar drängt sich eine Frage auf, die in vorliegender Arbeit nicht weiter verfolgt werden kann, auf die hinzuweisen mir jedoch geboten scheint: Was geschieht, wenn einem Ding jegliche Realität (Sachgehalt) abgesprochen wird? Ein solches Ding müsste sein (existieren), ohne jedoch *etwas* zu sein. Dies ist freilich schwer vorstellbar. In einem gewissen Sinne scheint der Weltbegriff, den Kant im »Versuch über die negativen Größen« entwickelt, als ein solches »bloß« Seiendes gedacht zu werden. Eine aufschlussreiche Erörterung dieser Frage liefert Fumiyasu Ishikawa in seiner Dissertation über »Kants Denken eines Dritten«. Er greift dort Kants Anmerkung aus der Analytik auf, nach der bei allen Kategorientripeln »die dritte Kategorie allenthalben aus der Verbindung der zweiten mit der ersten ihrer Classe entspringt« [KrV, B 110]. So kann denn auch die Limitation gedacht werden als die Negation einer Realität, die gleichwohl eine *andere* Realität übriglässt, womit beide miteinander verbunden werden. Würde hingegen *jegliche* Realität geleugnet, so läge eine reine Negation vor [vgl. Ish90, S. 72 ff].

[15] In der Tat sieht Kant in der Bestimmung lediglich Schranken, die an einem enti realissmo gesetzt werden. Somit sollte man statt von einer Realitätserhöhung besser von einer Einschränkungsunterlassung sprechen [KrV, B 604 f].

die Frage auf, ob die Realität eines Dings auch dann eine Minderung erfährt, wenn sich eine ihm zugewiesene Größe verringert, *ohne* jedoch auf 0 zu sinken. Dieser Option, die ich im Folgenden als *graduelle Realitätsberechnung* bezeichnen möchte, stünde dann die *digitale Realitätsberechnung* gegenüber, die nur danach fragt, ob die verschiedenen Größen den Wert Zero haben oder aber einen anderen.

Zu den folgenden Absätzen scheinen mir zwei methodische Vorbemerkungen angebracht: Die Bestimmung der Realität eines Dings als »Berechnung« zu fassen mag den Verdacht erregen, hier würden allzu modern-analytische Methoden einem Konzept äußerlich aufgezwungen, das nicht auf eine solche Behandlung hin entworfen ist. Man muss aber berücksichtigen, dass Kant das Prinzip der Realrepugnanz unter ausdrücklicher Berufung auf die Mathematik und deren Anwendung in der Physik aufbaut. Soll dessen Anschluss an den Grundsatz der durchgängigen Bestimmung konsequent durchgeführt werden, so ist dadurch ein Weiterdenken der mathematisierenden Methode, wenn schon nicht geboten, so doch nahegelegt.[16]

Noch wichtiger ist der Hinweis, dass mir keine Stelle in Kants Werk bekannt ist, an der er diese Frage hinsichtlich der durchgängigen Bestimmung behandeln würde. Daher sind die folgenden Überlegungen nicht unmittelbar durch Textbelege gedeckt. Insofern sie aber in der Logik der Sache liegen und zudem notwendig sind, um die Bedeutung des unendlichen Urteils für die transzendentale Dialektik zu erfassen, scheinen sie mir unter systematischen Gesichtspunkten nicht nur gerechtfertigt, sondern auch notwendig.[17]

Graduelle Realitätsberechnung Gegeben sei ein Ding d, das hinsichtlich dreier Prädikate A, B, C bestimmt werden soll (Abb. 3). In einer ersten Bestimmung können dem Gegenstand folgende Größen beigelegt werden:

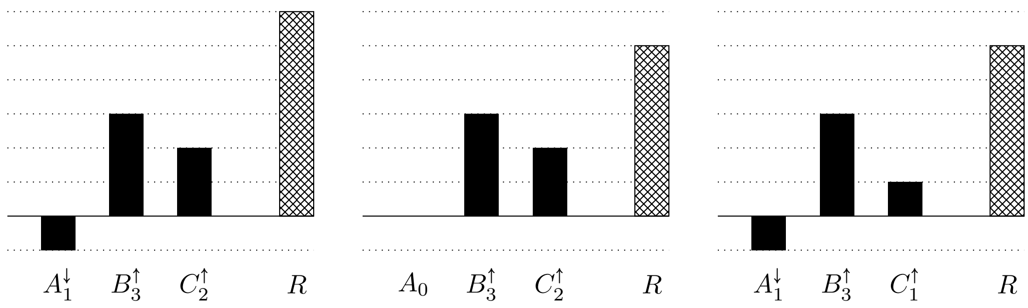
(3a) $A_1^{\downarrow}(d) \wedge B_3^{\uparrow}(d) \wedge A_2^{\uparrow}(d) \Longrightarrow R(d) = 5$

Eine Möglichkeit, die Realität des Dings festzustellen, besteht nun darin, die Beträge der Bestimmungen aufzusummieren,[18] so dass sich für den Fall (a) die Realität $R(d) = 6$ ergibt. Es gibt nun zwei Möglichkeiten, die Realität von d weiter eingeschränkt zu denken:

[16] Einschränkend soll jedoch bereits an dieser Stelle eingeräumt sein, dass die Zahlen lediglich beispielhaften Charakter haben und dazu dienen, das Prinzip zu verdeutlichen. Für dessen Anwendbarkeit ist auch keineswegs eine Methode erforderlich, die es ermöglichen würde, etwa jedes Prädikat seinem Wert bzw. Realität überhaupt dem Grade nach in Zahlen auszudrücken.

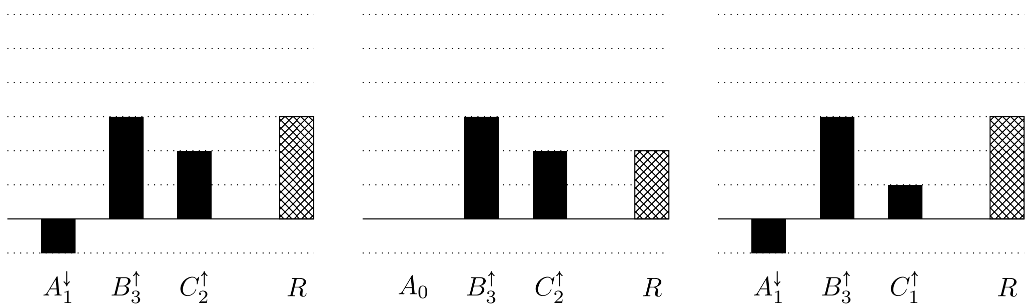
[17] Die entwickelte Unterscheidung zwischen gradueller und digitaler Realitätsberechnung findet sich — wenigstens in meinem Verständnis — der Sache nach auch bei Ishikawa [Ish90]. Dieser spricht von *realer Opposition*, wo immer zwei *an* einem Ding real entgegengesetzte Größen gleichen Betrags auf ein nihil privativum führen. Diese »Vernichtung« und damit reale Negation von Größe, bedeutet Limitation der Realität des Dings, an dem diese Größe negiert wird [vgl. Ish90, § 8].

[18] Ich sehe keinen zwingenden Grund, diese »Berechnung« der Gesamtrealität durch einfache Aufsummierung zu bilden. Man könnte durchaus erwägen, den verschiedene Größen eine Art »Gewichtungsfaktor« beizulegen, so dass z. B. Güte grundsätzlich mehr zur Realität eines Dings beiträgt als etwa Bewegung des gleichen Betrages. An dieser Stelle genügt aber die Feststellung, dass jede Bestimmung, die vom Zero verschieden ist, die Realität des Dings erhöht.



(a) (b) (c)

Abb. 3: Graduelle Realitätsberechnung: Bereits die Veränderung einer der Größen ihrem Grad nach hat Einfluss auf die Gesamtrealität von d.



(a) (b) (c)

Abb. 4: Digitale Realitätsberechnung: Die Gesamtrealität von d hängt lediglich von der Anzahl der Bestimmungen ab, deren Größe $\neq 0$ ist, die tatsächlichen Werte der einzelnen Größen sind nicht von Belang.

(3b) $A_0(d) \wedge B_3^\uparrow(d) \wedge A_2^\uparrow(d) \Longrightarrow R(d) = 5$

(3c) $A_1^\downarrow(d) \wedge B_3^\uparrow(d) \wedge A_1^\uparrow(d) \Longrightarrow R(d) = 5$

In beiden Fällen nähert sich die Größe einer Bestimmung (A bzw. C) um den Betrag 1 dem Zero, so dass die Gesamtrealität jeweils auf 5 sinkt. Zwischen den beiden Fällen besteht kein prinzipieller Unterschied.

Digitale Realitätsberechnung Bestimmt man hingegen die Realität des Dings nur danach, ob die ihm zugeschriebenen Größen den Betrag 0 haben, so kann die Realität für jede Größe $\neq 0$ um 1 erhöht werden (Abb. 4). Damit ergibt sich bereits für den ersten Fall eine andere Realität als bei der graduellen Realitätsberechnung:

(4a) $B_1^\downarrow(d) \wedge B_3^\uparrow(d) \wedge A_2^\uparrow(d) \Longrightarrow R(d) = 3$

Auch zwischen den beiden anderen Fällen besteht nun ein prinzipbedingter Unterschied:

(4b) $A_0(d) \wedge B_3^\uparrow(d) \wedge A_2^\uparrow(d) \Longrightarrow R(d) = 3$

(4c) $A_1^\downarrow(d) \wedge B_3^\uparrow(d) \wedge A_1^\uparrow(d) \Longrightarrow R(d) = 2$

Im Fall (4c) wird die Gesamtrealität von d nicht verringert, da keine der Größen auf 0 sinkt. Nur bei (4b), wo die Größe A auf 0 reduziert wird, tritt auch eine Realitätsminderung ein.

2.4.4 Limitation: graduell oder digital

Die Unterscheidung zwischen den beiden Berechnungsarten ist gerade deshalb interessant, weil sie es ermöglicht, die durch das unendliche Urteil ausgedrückte Limitation als nihil privativum zu fassen. Zunächst nämlich kann Limitation eigentlich nur graduell gedacht werden: Sie ist umso größer, je enger die Grenzen (limites) gezogen werden. Schrumpft der Inhalt aber auf Null, so wäre besser von einer völligen Negation, freilich einer privativen, als von einer Limitation zu sprechen.

Die Lösung besteht darin, sich klar zu machen, was eigentlich limitiert wird: die einem Ding zugeschriebene Größe, oder aber seine (Gesamt-)Realität. Wird nämlich die Realität eines Dings auf digitalem Wege berechnet, so hängt deren *Limitation* (Begrenzung, Verringerung) von der *Negation* (nihil privativum, Setzung auf 0) einer der ihm zugeordneten Größen ab. In diese Richtung scheint Kant zu weisen, wenn er sagt: »Alle wahre Verneinungen sind alsdenn nichts als Schranken, welches sie nicht genannt werden könnten, wenn nicht das Unbeschränkte (das All) zum Grunde läge.« [KrV, B 604] Hier ist das zu Grunde liegende All der Realität als ein ens realissmimum zu denken, das alle Prädikate in höchster Ausprägung hat, was seine Realität automatisch zur größtmöglichen macht. Je nachdem, ob Realität graduell oder digital berechnet wird, kann die Realität des entis realissimi nun schon durch Verringerung einer der Größen auf einen Wert $\neq 0$, oder aber erst durch deren Reduktion auf 0 eingeschränkt (limitiert) werden. Betrachtet man Kants Aussage aber genau, so so merkt man, dass sie auf diese Frage gar keine Antwort gibt. Es wird lediglich behauptet, dass die privative Negation einer Größe *an* einem Ding, dessen Realität limitiert. Damit ist aber nicht ausgeschlossen, dass auch die bloße Limitation einer solchen Größe die Realität des Dings limitiert, wenngleich in einem geringeren Maße. Dann ist die privative Negation einer Größe nur ein Spezialfall, bei dem die einander real widerstreitenden Größen den gleichen Betrag haben.

Ganz parallel stellt sich dabei die Frage, ob unendliche Urteile die Realität ihres Subjekts durch Limitation einer seiner Größen, oder durch völlige Negation einer seiner Größen limitieren. Je nachdem wäre die in ihnen vorfindliche Negation:

1. Graduelle Limitation: *Limitation einer Größe*, und damit Limitation *auch* der Realität des Subjekts)

2. Digitale Limitation: Privative *Negation einer Größe* und damit die Limitation *nur* der Realität des Subjekts.

Über die Benennung dieser beiden Möglichkeiten, die Negation unendlicher Urteile zu denken, als »digital« und »graduell« mag man streiten können;[19] in der Sache allerdings scheint mir diese Unterscheidung von großer Wichtigkeit: Die in ein unendliches Prädikat integrierte Negation nämlich ist digital in dem Sinne, als sie keinen Grad zulässt. Sie wird also immer ein nihil privativum ausdrücken, eine Größe auf Null setzen. Diese Größe also wird völlig negiert, ganz im Gegensatz zu den *anderen*, die dem Subjekt bleiben. *Die in unendlichen Urteilen ausgesprochene Limitation der Realität ihres Subjekts ist daher eine digitale.*

Da die durchgehende Bestimmung des Einzeldings als Einschränkung des entis realissimi zu denken ist, an dem keine Größe = 0 vorkommen kann, kann das nihil privativum nur durch Setzung einer Größe erreicht werden, die derjenigen des entis realissimi real widerstreitet. Somit muss das unendliche Urteil, um eine Bestimmung mit 0 aussagen zu können, eine Größe mit sich führen, welche die Negative derjenigen ist, die dem enti realissimo zukommt. In diesem Sinne ist die in das Prädikat unendlicher Urteile integrierte Negation eine *inhaltliche* (siehe S. 9).

3 Synthetischer Teil: Das unendliche Urteil in der ersten Antinomie

3.1 Die erste Antinomie

Die entwickelten Konzepte der Realrepugnanz, (2.2), Existenzpräsupposition (2.3) und der digitalen Realitätslimitation (2.4.4) stehen nun als Werkzeuge zur Verfügung. Sie sollen eine angemessene Analyse desjenigen Teils der Kritik der reinen Vernunft verstatten, in dem das unendliche Urteil seine Paraderolle zu spielen hat: Die Auflösung der Antinomien. Das Feld wird weiter eingeengt auf die erste Antinomie, deren scheinbarer Widerstreit in der Entgegensetzung (Repugnanz) folgender Sätze liegen soll [KrV, B 454 f]:

(T22) Thesis: Die Welt hat einen Anfang in der Zeit und ist dem Raum nach auch in Grenzen eingeschlossen.

(T23) Antithesis: Die Welt hat keinen Anfang und keine Grenzen im Raume, sondern ist sowohl in Ansehung der Zeit als des Raums unendlich.

Wenn diese beiden Aussagen einander logisch entgegengesetzt sind, d. h. dem selben Objekt ein Prädikat beilegen und zugleich nicht beilegen, führen sie auf einen Widerspruch. Das Prinzip des ausgeschlossenen Dritten zwingt dann dazu, einen der beiden

[19] An dieser Stelle sei davon abgeraten, in philosophischen Zusammenhängen das Wort »analog« für den Gegenbegriff zu »digital« zu verwenden. Er ist dafür qua seiner begriffsgeschichtlichen Vorbelastung kaum geeignet, wenngleich er im modernen technischen Sinne genau das bezeichnet, was in der vorliegenden Überlegung mit »graduell« ausgedrückt sein soll.

Sätze zu verwerfen und den anderen anzunehmen. Es können weder beide wahr, noch beide falsch sein. Dies wäre die Situation im Fall der logischen Repugnanz.

Ohne nun en détail die Begründungen und Analysen nachzuvollziehen, die Kant den beiden Sätzen widmet, ist festzustellen, dass eine Auflösung der Antinomie zu Gunsten einer der beiden Aussagen nicht seiner Absicht entspricht. Vielmehr liefert Kant für jede der beiden Thesen einen Beweis, der jedoch jeweils *apagogisch*, d. h. indirekt geführt wird: Bewiesen wird nicht Wahrheit der in Frage stehenden These, sondern die Falschheit der entgegengesetzten. Ein solches Verfahren erreicht sein Ziel freilich nur unter der Voraussetzung der logischen Repugnanz zwischen den beiden Aussagen. Eben diese Voraussetzung wird Kant bei seiner kritischen Entscheidung des scheinbaren Widerstreits als falsch herausstellen: Sie stehen in keinem kontradiktorischen, sondern in einem konträren Verhältnis. Dementsprechend gibt es in diesem Fall eine dritte Möglichkeit (tertium datur): Es könnten auch beide falsch sein [vgl. KrV, B. 532 f].

Im nun folgenden, letzten Abschnitt soll Kants Analyse des Verhältnisses der beiden Sätze mittels der bisher entwickelten Konzepte präzise gefasst, und gezeigt werden, wie diese dritte Möglichkeit zu denken ist. Dabei wird sich die Schlüsselrolle des unendlichen Urteils für die Gesamtabsicht der transzendentalen Dialektik erweisen.

3.2 Der duftende Körper

Um das logische Verhältnis von Thesis und Antithesis der ersten Antinomie zu bestimmen liefert Kant zunächst ein anschauliches Beispiel, das ihr analog strukturiert sein soll:

> »Wenn jemand sagte, ein jeder Körper riecht entweder gut, oder er riecht nicht gut, so findet ein Drittes statt, nämlich daß er gar nicht rieche (ausdufte), und so können beide widerstreitende Sätze falsch sein. Sage ich, er ist entweder wohlriechend, oder er ist nicht wohlriechend (vel suaveolens vel non suaveolens): so sind beide Urtheile einander contradictorisch entgegengesetzt, und nur der erste ist falsch, sein contradictorisches Gegentheil aber, nämlich einige Körper sind nicht wohlriechend, befaßt auch die Körper in sich, die gar nicht riechen. In der vorigen Entgegenstellung (per disparata) blieb die zufällige Bedingung des Begriffs der Körper (der Geruch) noch bei dem widerstreitenden Urtheile und wurde durch dieses also nicht mit aufgehoben, daher war das letztere nicht das contradictorische Gegentheil des ersteren.« [KrV, B 531]

Hier werden zwei Urteilspaare einander gegenübergestellt, die von einem jeweils anderen Entgegensetzungsverhältnis gekennzeichnet sind. Zunächst soll für jeden Körper k gelten.

(T24) Der Körper k ist wohlriechend.

(T25) Der Körper k ist nicht wohlriechend.

Diese beiden Sätze stehen in logischer Entgegensetzung: Die Wahrheit des einen bedeutet die Falschheit des jeweils anderen. Bei dem zweiten Satzpaar, das Kant betrachtet, soll sich dies anders verhalten:

(T26) Der Körper k riecht gut.

(T27) Der Körper k riecht nicht gut.

Diese beiden Sätze widersprechen einander nur, wenn der Körper überhaupt riecht. Wenn aber »zwei einander entgegengesetzte Urtheile eine unstatthafte Bedingung voraussetzen, so fallen sie unerachtet ihres Widerstreits (der gleichwohl kein eigentlicher Widerspruch ist) alle beide weg, weil die Bedingung wegfällt, unter der allein jeder dieser Sätze gelten sollte.« [KrV, B 530 f].

Worin genau nun diese unstatthafte Voraussetzung im Falle des duftenden Körpers und der Antinomie besteht, soll im Folgenden auf zwei verschiedene Weisen entschieden werden: Einmal unter Rekurs auf das Prinzip der Existenzpräsupposition (3.3), dann auch — andeutungsweise — unter Rückgriff auf die Realitätslimitation (4).

3.3 Existenzpräsupposition des Geruchs und der Größe

Eine erste Möglichkeit, die Lösung der einander widerstreitenden Geruchsbestimmungen präziser zu beschreiben, bietet das in Abschnitt 2.3 entwickelte Konzept der Existenzpräsupposition. Die trivialste Lösung bestünde darin, dass der Körper als Träger des Geruchs gar nicht existiert. Dann röche er weder gut noch schlecht, so wie der König Frankreichs weder eine Glatze noch keine Glatze hat. Dies ist freilich nicht das, worauf Kant abhebt. Denn die Nichtexistenz des Körpers würde bei der Antinomie, die ja analog strukturiert sein soll, der Nichtexistenz der Welt entsprechen. Diese zu behaupten ist Sache des Idealismus, gegen den Kant in der Kritik der reinen Vernunft dermaßen eindeutig Stellung bezieht, dass sie unmöglich seine Auffassung sein kann [vgl. KrV, B 274 ff]. Die Existenz des Körpers (bzw. der Welt) kann also nicht die von Thesis und Antithesis geforderte Voraussetzung sein, unter deren Wegfall dann beide falsch sind.

Die Voraussetzung ist vielmehr diejenige, dass der Körper überhaupt riecht, dass er überhaupt einen Geruch hat, der weiter als gut oder schlecht bestimmt werden kann. Kann man nun statt »Der Körper riecht gut.« nicht eben so gut sagen »Der Geruch des Körpers ist gut.«? Wenn ja, so kann man in letzterer Formulierung unschwer Existenzpräsupposition bezüglich des Geruchs feststellen. Folgende Sätze wären dann hinsichtlich ihrer Existenzpräsupposition analog:

(T28) Der König von Frankreich ist kahlköpfig.

(T29) Der Geruch des Körpers ist gut.

(T30) Die Größe der Welt ist unendlich.

Ein jedes dieser Urteile setzt voraus, dass sein Subjekt nicht leer ist, dass also Frankreich einen König, der Körper einen Geruch, die Welt eine Größe hat. Fasst man nun Existenzpräsupposition als das Abgrenzungskriterium des unendlichen vom verneinenden Urteil auf, so löst sich die Antinomie indem man dem bejahenden Urteil (T30) die folgenden gegenüberstellt:

(T31) Verneinend: Die Größe der Welt ist nicht unendlich.

(T32) Unendlich: Die Größe der Welt ist nichtunendlich.

Wenn es stimmt, dass unendliche Urteile im Gegensatz zu verneinenden die Existenz ihres Subjekts voraussetzen, so kann (T32) auch nur unter dieser gemeinsamen Voraussetzung im Widerspruch zu (T30) stehen. Nur wenn die Welt eine Größe hat, können verschiedene Behauptungen bezüglich ihres Wertes einander widerstreiten. *Die Antithesis scheint die logische Verneinung der Thesis zu sein, ist aber in Wirklichkeit ein ihr nur bedingt widersprechendes unendliches Urteil.* Kant entlarvt nun diesen dialektischen Schein, welcher der Antinomie zu Grunde liegt, durch den impliziten Hinweis auf diesen eminenten Unterschied zwischen verneinenden und unendlichen Urteilen. Zunächst stellt er die Opposition (T30) – (T31) dar:

> »Sage ich demnach: die Welt ist dem Raume nach entweder unendlich [(T30)], oder sie ist nicht unendlich [(T31)] (non est infinitus), so muß, wenn der erstere Satz falsch ist, sein contradictorisches Gegentheil: die Welt ist nicht unendlich, wahr sein. Dadurch würde ich nur eine unendliche Welt aufheben, ohne eine andere, nämlich die endliche, zu setzen.« [KrV, B. 531]

Hier ist die Formulierung des letzten Satzes, insbesondere die Verwendung des Wortes »setzen« entscheidend. In vielen Fällen, in denen es Kant um Existenzaussagen geht, spricht er von der Setzung, bzw. von der Position eines Dinges; deutlich formuliert etwa im Beweisgrund, wo es heißt: »Der Begriff der Position oder Setzung ist völlig einfach und mit dem vom Sein überhaupt einerlei.« [BDG, A 8] [AA, II 73] Wichtig ist hier, dass ein bestimmter sachhaltiger Gedanke mitsamt all seinen Bestimmungen, in diesem Fall die Welt als unendliche bzw. endliche, gesetzt wird.[20] Die Negation des verneinenden Urteils bezieht sich auf die Aussage als Ganze (de dicto), ohne ihre Binnenstruktur (ihren Inhalt) zu betrachten; d. h. sie bleibt hinsichtlich ihrer Teilaussagen, darunter auch die Setzung einer größenmäßig bestimmten Welt, völlig indifferent. Somit ist zwar nicht ausgeschlossen, aber auch nicht behauptet, dass es eine andere Welt mit einer anderen Größe

[20] Dass Sein für Kant kein reales, d. h. sachhaltiges Prädikat ist, mithin dem Gedanken bzw. dem Begriff von einem Ding nichts hinzufügt, ist durch seine Kritik am ontologischen Gottesbeweis hinreichend klar [vgl. KrV, B 620]. In einem anderen Sinne kann Sein aber durchaus als Prädikat gefasst werden, nämlich als ein solches, dass nicht Teil eines Begriffs, sondern ein auf ihn bezogenes, mithin ein »Prädikat zweiter Stufe« ist. Als solches wird es über einen Begriff ausgesagt und behauptet die Existenz eines diesem Begriff entsprechenden Gegenstandes: »Es ist aber das Dasein in den Fällen, da es im gemeinen Redegebrauch als ein Prädicat vorkommt, nicht sowohl ein Prädicat von dem Dinge selbst, als vielmehr von dem Gedanken, den man davon hat. Z. E. dem Seeeinhorn kommt die Existenz zu, dem Landeinhorn nicht. Es will dieses nichts anders sagen, als: die Vorstellung des Seeeinhorns ist ein Erfahrungsbegriff, das ist, die Vorstellung eines existirenden Dinges.« [BDG, A 6] [AA, II 72]. Eine ausführliche Darstellung dieser Problematik findet sich bei Edgar Morscher: »Ist Existenz immer noch kein Prädikat?« [Mor82].

geben könnte. Das logisch verneinende Urteil trifft hierüber keine Aussage.[21] Anders das unendliche Urteil, dessen Opposition zu (T30) Kant in der Folge beschreibt:

> »Hieße es aber: die Welt ist entweder unendlich [(T30)], oder endlich (nichtunendlich) [(T32)], so könnten beide falsch sein. Denn ich sehe alsdann die Welt als an sich selbst ihrer Größe nach bestimmt an, indem ich in dem Gegensatz nicht bloß die Unendlichkeit aufhebe und mit ihr vielleicht ihre ganze abgesonderte Existenz, sondern eine Bestimmung zur Welt als einem an sich selbst wirklichen Dinge hinzusetze, welches eben so wohl falsch sein kann, wenn nämlich die Welt gar nicht als ein Ding an sich, mithin auch nicht ihrer Größe nach weder als unendlich, noch als endlich gegeben sein sollte. Man erlaube mir, daß ich dergleichen Entgegensetzung die dialektische, die des Widerspruchs aber die analytische Opposition nennen darf.« [KrV, B. 532]

Das unendliche Urteil (T32) teilt also mit dem bejahenden (T30) die Voraus*setzung* der Welt als ein der Größe nach bestimmtes Ding, was »etwas mehr sagt, als zum Widerspruche erforderlich ist« [KrV, B 532]. Es leugnet zwar die Bestimmung dieser Größe als unendlich, behauptet aber weiterhin die Existenz einer Größe der Welt; diese sei nur eben eine *andere* als die unendliche (siehe Abschnitt 2.3.3). Nur unter dieser Voraussetzung muss man sich zwischen Thesis und Antithesis entscheiden. Lässt man aber die Voraussetzung der Welt als eines der Größe nach bestimmten, d. h. vollständig in der Erfahrung gegebenen Dings fallen, »so verwandelt sich der contradictorische Widerstreit beider Behauptungen in einen bloß dialektischen; und weil die Welt gar nicht an sich (unabhängig von der regressiven Reihe meiner Vorstellungen) existirt, so existirt sie weder als ein an sich unendliches, noch als ein an sich endliches Ganzes. Sie ist nur im empirischen Regressus der Reihe der Erscheinungen und für sich selbst gar nicht anzutreffen« [KrV, B. 532 f].

4 Ausblick: Die minimale Realität der Welt

Ich möchte die vorliegende Untersuchung negativer Urteile mit der Vorzeichnung eines Weges beschließen, der auf eine größere Geschlossenheit dieser Problematik hinführen mag, als sie beim bisherigen Stand für erreicht gelten kann:

Das *Andere*, das bei unendlichen Urteilen immer mitgedacht wird (siehe S. 11), ist, solange nur seine Existenz präsupponiert wird, noch überhaupt nicht sachhaltig, d. h. seiner Realität nach bestimmt. Die Vorstellung von einem Ding, dass *sein* (existieren) soll, ohne *etwas* zu sein ist aber ein wenigstens sehr problematischer Gedanke (siehe Fußnote 14, S. 15). Positiv gewendet: Es spricht einiges dafür, dass Existenz immer auch an ein Minimum von Essenz gekoppelt ist. Um dieser minimalen Realität auf die Spur zu kommen, muss man die allgemeinste, grundlegendste Realität suchen, die bereits bei dem bloßen Begriff von einem Ding überhaupt mitgedacht werden muss. Einen aussichtsreichen

[21] »Man kann zwar logisch alle Sätze, die man will, negativ ausdrücken, in Ansehung des Inhalts aber unserer Erkenntniß überhaupt, ob sie durch ein Urtheil erweitert oder beschränkt wird, haben die verneinenden das eigenthümliche Geschäfte, lediglich den Irrthum abzuhalten.« [KrV, B 737]

Kandidaten für wenigstens einen Teil[22] dieser minimalen Realität könnte in der Tat der Begriff der räumlichen Größe abgeben. Dies würde dann bedeuten, dass alles, was als Ding gegeben werden kann auch die minimale Realität einer Größe haben muss. Da aber die Welt als »Inbegriff aller Erscheinungen« [KrV, B. 391] » nur im empirischen Regressus der Reihe der Erscheinungen und für sich selbst gar nicht anzutreffen« ist, kann sie auch nicht als ein Ding gegeben, muss also folglich nicht mit der minimalen Realität größenmäßiger Bestimmung ausgestattet sein.

Ob sich diese Zusammenführung von Existenz und Essenz für eine tiefere Klärung der hier verhandelten Fragen als fruchtbar erweisen wird, soll und kann hier nicht entschieden werden. Wie immer Kant sich die Funktion unendlicher Urteile gedacht haben mag, ihrem Sinn und Zweck nach sind sie darauf gerichtet, zwischen zwei scheinbar unversöhnlichen Gegensätzen ein Drittes zuzulassen. Im Falle der ersten Antinomie bedeutet dies, die hermetische Alternative zwischen einem regressus in finitum und einem regressus in infinitum aufzugeben zu Gunsten eines regressus in indefinitum, bei dem die Vernunft ihre Grenzen anerkennt und sich dort eines Urteils enthält, wo eines zu fällen hieße, diese zu überschreiten.

[22] Nur einen Teil deshalb, weil zu dieser minimalen Realität auch noch andere Realitäten als bestimmte räumliche Größe gehören mögen.

A Lambda-Kalkül

[Das Folgende ist ein überarbeiteter Auszug aus meiner Hauptseminararbeit über »Das Ganze und seine Teile — Kompositionalität und Emergenz in der Montague-Semantik.«, einsehbar unter `www.phylax-computerkunst.de/download/montague.pdf`. Die Darstellung folgt dem Logikkapitel des Lehrbuchs zu »Computerlinguistik und Sprachtechnologie« [EE04].]

Der Lambda-Kalkül gibt eine Methode an die Hand, aus logischen oder mathematischen Termen Funktionen zu bilden. Dabei wird aus der durch den Lambda-Operator gebundenen Variable eine Leerstelle, an die zukünftige Argumente der neu entstandenen Funktion treten können.

Das Prinzip Gegeben sei ein Ausdruck mit einer Variablen, etwa der mathematische Term $x^2+3\cdot x+1$. Dieser Term repräsentiert einen Wert, nicht eine Funktion. Er kann aber mittels des Lambda-Operators in eine Funktion überführt werden, die ihre Argumente an der Stelle von x nimmt. Der Operator bindet dabei — ganz ähnlich dem All- bzw. Existenzquantor — die Variable im zu überführenden Term. In seiner Eigenschaft als Funktion kann man $\lambda x(x^2+3\cdot x+1)$ auf ein Argument anwenden: $f(5) = \lambda x(x^2+3\cdot x+1)(5) = 41$, was den Wert der Funktion für das Argument (in diesem Fall 5) liefert.

Nun ein prädikatenlogisches Beispiel: Gegeben sei der Ausdruck

(T33) $\mathit{schlafen}(x) \wedge \mathit{träumen}(x)$,

den man paraphrasieren kann als *x schläft und x träumt*. Mittels des Lambda-Operators können wir diesen Ausdruck nun in ein einstelliges Prädikat verwandeln:

(T34) $\lambda x(\mathit{schlafen}(x) \wedge \mathit{träumen}(x))$.

Die Extension dieses Ausdrucks wäre nun die Menge aller Individuen, die träumen und schlafen. Natürlich kann man das Prädikat auch wieder auf ein Argument anwenden:

(T35) $\lambda x(schlafen(x) \wedge träumen(x))(Odysseus)$
$= schlafen(Odysseus) \wedge träumen(Odysseus)$

Umformungsmöglichkeiten Dieses Aufnehmen eines Arguments (in diesem Fall *Odysseus*) an die Stelle der vom Lambda-Operator gebundenen Variablen (und damit dessen Wegfall) nennt man auch *β-Reduktion*. Sie bedeutet also nichts weiter, als die Applikation der durch die Lambda-Abstraktion geschaffenen Funktion auf ein Argument. Daneben gibt es noch zwei weitere Umformungsmöglichkeiten im Lambda-Kalkül: Die so genannte *α-Konversion* besteht lediglich in der Umbenennung der gebundenen Variablen. Die *η-Reduktion* schließlich kann als ein Sonderfall der β-Reduktion angesehen werden, bei der das Argument und die gebundene Variable identisch sind, was effektiv den Wegfall der Lambda-Abstraktion zur Folge hat. Formal können die drei Operationen wie folgt gefasst werden ($\varphi[a/x]$ bezeichnet jeweils diejenige Version der Formel φ, in der jedes Vorkommnis von x durch a ersetzt worden ist):

1. *α-Konversion*: $\lambda x.\varphi \equiv \lambda y.\varphi[y/x]$
2. *β-Reduktion*: $\lambda x.\varphi(a) \equiv \varphi[a/x]$
3. *η-Reduktion*: $\lambda x.\varphi(x) \equiv \varphi$

Einen Ausdruck der Form $\lambda x.\varphi(a)$ nennt man auch *β-Redex*, da er mittels β-Reduktion auf seine *β-Normalform* (nicht weiter reduzibel) $\varphi[a/x]$ »reduziert«, also vereinfacht werden kann.

Ausdruckskonstruktion Der Lambda-Operator erlaubt es, aus Sätzen Funktionen zu bilden, die dann wieder Argumente nehmen können. So kann man mit ihm beispielsweise die Operatoren der klassischen Aussagenlogik als (mehrstellige) Funktionen schreiben (Tab. 1). Auch ein einfacher kategorischer Satz wie $\neg P(x)$ (siehe 2.1) kann dann zu einer Funktion $\lambda x(\neg P(x))$ umgewandelt werden, die bei Anwendung auf ein Subjekt s, d. h. $\lambda x(\neg P(x))(s)$ durch β-Reduktion den Satz $\neg P(s)$ ergibt. Sie ist somit als das logisch negierte Prädikat P.

Konjunktion	$\lambda\varphi\lambda\psi(\varphi \land \psi)$
Disjunktion	$\lambda\varphi\lambda\psi(\varphi \lor \psi)$
Implikation	$\lambda\varphi\lambda\psi(\varphi \to \psi)$
Äquivalenz	$\lambda\varphi\lambda\psi(\varphi \leftrightarrow \psi)$
Negation	$\lambda\varphi(\neg\varphi)$

Tab. 1: Der Lambda-Operator erlaubt die Bildung der aussagenlogischen Operatoren als Funktionen

B Symbolverzeichnis

$\neg$	Negation (logisches NICHT)
$\wedge$	Konjunktion (logisches UND)
$\vee$	Disjunktion (logisches ODER)
$\rightarrow$	materiale Implikation (logisches WENN-DANN)
$\leftrightarrow$	Äquivalenz (logisches GENAU DANN WENN)
$\rightarrowtail\!\!\!\!\leftarrowtail$	Kontravalenz (logisches ENTWEDER–ODER)
$=$	identisch
$\forall$	Allquantor (für alle)
$\exists$	Existenzquantor (Es gibt mindestens ein)
λ	Lambdaoperator
$\in$	ist Element von
$\varnothing$	Die leere Menge
$\{\dots\}$	Die Menge mit den Elementen ...
$\hat{=}$	entspricht

C Verzeichnis der Abbildungen

Abbildungsverzeichnis

1 Wenn Philosophen programmieren. 3
2 Verschiedene Darstellungen des gleichen mengentheoretischen Sachverhalts. Die Kreislinien schneidende Striche zeigen an, dass der Inhalt des betreffenden Kreises noch zum Umfang desjenigen Prädikats gehört, auf das der Strich zeigt (eine Art »Brücke«). Quelle: [Men82, S. 160] 5
3 Graduelle Realitätsberechnung: Bereits die Veränderung einer der Größen ihrem Grad nach hat Einfluss auf die Gesamtrealität von d. 17
4 Digitale Realitätsberechnung: Die Gesamtrealität von d hängt lediglich von der Anzahl der Bestimmungen ab, deren Größe $\neq 0$ ist, die tatsächlichen Werte der einzelnen Größen sind nicht von Belang. 17

D Zitierweise und Siglen

Wörtliche Zitate aus dem Werk Kants sind direkt der elektronischen Ausgabe seiner sämtlichen Werke »Kant im Kontext II« [KiK] entnommen, deren Text demjenigen der Akademieausgabe [AA] folgt. Die Seitenangaben hingegen orientieren sich an den Originalausgaben, wie sie der von Wilhem Weischedel besorgten Werkausgabe [WSL] zu Grunde liegen. Die Seiten der Akademieausgabe werden nur dort beigefügt, wo diese die Paginierung der Originalausgaben nicht verzeichnet. Dabei wird zuerst der Band in römischen Ziffern gefolgt von der Seitenzahl angegeben.

Siglen finden sich aus technischen Gründen unter dem Namen des betreffenden Autors im Literaturverzeichnis. Außer den Werken Kants steht die einzige weitere Sigle [WWV] für Schopenhauers Hauptwerk »Die Welt als Wille und Vorstellung«.

Hervohebungen in Zitaten, die dem Original entstammen, werden durch S p e r r d r u c k wiedergegeben. Gehen sie hingegen auf mich zurück, so werden sie — wie im Haupttext — durch *Kursivschrift* kenntlich gemacht.

E Dokumentstatistik

Wörter im Haupttext	6890
Wörter in Fußnoten und Beschreibungen	1311
Wörter im Anhang	549
Formeln / formale Ausdrücke	91

F Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, Oliver Motz, die vorliegende Hausarbeit mit dem Titel »Endliches und Nichtunendliches — Funktion und Bedeutung des unendlichen Urteils in der transzendentalen Dialektik der Kritik der reinen Vernunft« vollkommen selbständig und nur unter Zuhilfenahme der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt zu haben.

Oliver Motz

Literatur

[Adi87] ADICKES, ERICH: *Kant's Systematik als mitbildender Faktor bei der Entstehung seines Systems.* Doktorarbeit, Universität, Berlin, 1887.

[EE04] EBERT, CHRISTIAN und CORNELIA ENDRISS: *Mengenlehre und Logik.* In: CARSTENSEN, KAI-UWE (Herausgeber): *Computerlinguistik und Sprachtechnologie. Eine Einführung*, Kapitel 2.1, Seiten 26–62. Spektrum, München, 2. Auflage, 2004.

[Hei76] HEIDEGGER, MARTIN: *Kants These über das Sein.* In: *Wegmarken, Gesamtausgabe*, Band 9, Seiten 617–738. Klostermann, Frankfurt am Main, 1976. ⟨Herausgegeben von Friedrich-Wilhelm von Herrmann; Seitenangaben vor dem Schrägstrich entsprechen der Paginierung der Gesamtausgabe, diejenigen danach der in Marginalien angegebene Paginierung der Erstausgabe⟩.

[Hir00] HIRSCHBERGER, JOHANNES: *Geschichte der Philosophie.* Komet, Köln, 2000.

[Ish90] ISHIKAWA, FUMIYASU: *Kants Denken von einem Dritten. Das Gerichtshof-Modell und das unendliche Urteil in der Antinomienlehre.* Nummer 2 in *Studien zur Philosophie des 18. Jahrhunderts.* Peter Lang, Frankfurt am Main u. a., 1990. ⟨Herausgegeben von Norbert Hinske; außerdem Dissertation, Trier 1987⟩.

[AA] KANT, IMMANUEL: *Gesammelte Schriften.* 29 Bände, Berlin, 1900 ff. ⟨Herausgegeben von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Bände I–XXII); von der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (Band XXIII); von der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen (ab Band XXIV)⟩.

[Log] KANT, IMMANUEL: *Logik.* In: *Werke in sechs Bänden*, Band 3, Seiten 421–582. WBG, Darmstadt, 1. Auflage, 1984. ⟨Herausgegeben von Wilhelm Weischedel; Text aus [KiK]; Seitenangaben nach der von Benjamin Jäsche besorgten Originalausgabe von 1800, zitiert als A⟩.

[KiK] KANT, IMMANUEL: *Kant im Kontext II. Werke, Briefwechsel und Nachlaß*, Band 11 der Reihe *Literatur im Kontext auf CD-ROM.* InfoSoftware, Berlin, 1. Auflage, 2003. ⟨Herausgegeben von Karsten Worm und Susanne Boeck; Seitenkonkordanz mit [AA]⟩.

[BDG] KANT, IMMANUEL: *Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des des Daseins Gottes.* In: *Werke in sechs Bänden*, Band 1, Seiten 617–738. WBG, Darmstadt, 6. Auflage, 2005. ⟨Herausgegeben von Wilhelm Weischedel; Text aus [KiK]; Seitenangaben nach den beiden Drucken der Erstauflage von 1763, zitiert als A⟩.

[KrV] KANT, IMMANUEL: *Kritik der reinen Vernunft.* In: *Kants Werke in sechs Bänden*, Band 2. WBG, Darmstadt, 6. Auflage, 2005. ⟨Herausgegeben von Wilhelm Weischedel; Text aus [KiK]; Seitenangaben nach den Originalpaginierungen der Auflagen von 1781 (A) und 1787 (B)⟩.

[NG] KANT, IMMANUEL: *Versuch den Begriff der negativen Größen in die Weltweisheit einzuführen.* In: *Werke in sechs Bänden*, Band 1, Seiten 777–819. WBG, Darmstadt, 6. Auflage, 2005. ⟨Herausgegeben von Wilhelm Weischedel; Text aus [KiK]; Seitenangaben nach den beiden Drucken der Originalauflage von 1763, zitiert als A_1 und A_2⟩.

[WSL] KANT, IMMANUEL: *Werke in sechs Bänden.* WBG, Darmstadt, 6. Auflage, 2005. ⟨Herausgegeben von Wilhelm Weischedel⟩.

[Lor04] LORENZ, KUNO: *Kennzeichnung.* In: MITTELSTRASS, JÜRGEN (Herausgeber): *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, Band 2, Seiten 380–382. Metzler, Stuttgart, 2004.

[Mai30] MAIER, ANNELIESE: *Kant's Qualitätskategorien.* Nummer 65 in *Ergänzungshefte der Kant-Studien.* Metzner, Berlin, 1930.

[Men82] MENNE, ALBERT: *Das unendliche Urteil Kants.* Philosophia naturalis, 19(1):151–162, 1982.

[Mor82] MORSCHER, EDGAR: *Ist Existenz immer noch kein Prädikat?* Philosophia naturalis, 19(1):163–199, 1982.

[Rus05] RUSSELL, BERTRAND: *On Denoting.* Mind, 14(56):479–493, October 1905.

[WWV] SCHOPENHAUER, ARTHUR: *Die Welt als Wille und Vorstellung I und II.* dtv, München, 3. Auflage, 2005. ⟨Nach den Ausgaben letzter Hand herausgegeben von Ludger Lütkehaus; Bände I und II mit jeweils eigener Paginierung⟩.

[Wik09a] WIKIPEDIA: *Chordatiere.* Wikipedia, Die freie Enzyklopädie, 2009. ⟨Online; Stand 1. Dezember 2009 — `http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Chordatiere&oldid=65780972`⟩.

[Wik09b] WIKIPEDIA: *Spiralhornantilope.* Wikipedia, Die freie Enzyklopädie, 2009. ⟨Online; Stand 1. Dezember 2009 — `http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Spiralhornantilope&oldid=66968618`⟩.

[Wol95] WOLFF, MICHAEL: *Die Vollständigkeit der kantischen Urteilstafel : mit einem Essay über Freges Begriffsschrift.* Philosophische Abhandlungen ; 63. Klostermann, Frankfurt am Main, 1995.