Katholische Universität Eichstätt- Ingolstadt

Proseminar : Einführung in die deutsche Syntax

Wintersemester: 2005/06

Dozent: Josef Ptatschek

Formale Logik
in der Sprachwissenschaft

Seminararbeit

eingereicht am 30. Januar 2007

von Oliver Motz, 5. Fachsemester

email: phylax@gmx.fr

Inhaltsverzeichnis

1 Das Ziel dieser Arbeit ... 3

2 Logische Form bei Ludwig Wittgenstein ... 3

3 Die Logiksprache L ... 5

3.1 Logische Form und Sprache ... 5

3.2 Prädikate – atomare Sätze ... 5

3.3 Junktoren – komplexe Sätze ... 7

3.3.1 Logische Operatoren ... 7

3.3.2 Logische Wahrheit ... 7

3.3.3 Falsum und Negation ... 8

3.3.4 Konjunktion und Disjunktion ... 8

3.3.5 Implikation und Äquivalenz ... 8

3.3.6 Bindestärken der Operatoren ... 8

3.4 Quantoren ... 9

4 Linguistische Anwendungsbeispiele ... 10

4.1 implikative Universalien ... 10

4.2 Vennemann: Warum gibt es Syntax ... 12

4.2.1 Vennemanns Logiksprache – drei neue Operatoren ... 12

4.2.2 Zu Vennemanns Aufsatz ... 14

4.2.3 Das Kompaktheitsproblem ... 14

5 Weitere Anwendungsgebiete ... 15

Bibliographie ... 17

Quellennachweise ... 17

1 Das Ziel dieser Arbeit

Die vorliegende Arbeit richtet sich vornehmlich an Studenten der Sprachwissenschaft, die durch die Formalismen, welche die logischen Kunstsprachen prägen, dazu gebracht wurden, diese immer wieder zu umfahren. Leider werden in den gängigen Lehrbüchern zur Montague- oder der logischen Grammatik zumeist Logikkenntnisse, v.a. solche in mathematischer Logik vorausgesetzt. Die damit befassten Einführungswerke wiederum richten sich in erster Linie an Studenten der Mathematik, welche freilich ein hohes Maß an formaler Sprache gewohnt sind. Als Student eines geisteswissenschaftlichen Faches jedoch kann man leicht von den Formeln und mathematischen Zeichen abgeschreckt sein, welche flüssig zu lesen ein beträchtliches Maß an Übung erfordert.

Im ersten Teil (2 und 3) der vorliegenden Arbeit wird daher auf für das Verständnis überflüssige Formalsprache verzichtet (für eine exakte Aufbereitung wird auf entsprechende Lehrwerke verwiesen). Ein weitaus höheres Gewicht liegt stattdessen auf jenen Formalismen, auf die auch der durchschnittliche Linguistikstudent im Laufe seiner Ausbildung mit einiger Wahrscheinlichkeit treffen wird. Außerdem erfolgt die Vermittlung dieser Inhalte nicht durch die in den meisten Lehrwerken auftauchenden Herleitungen und axiomatischen Systemen, sondern vielmehr anhand von Beispielen.

Praktische Anwendungen in der Sprachwissenschaft werden dann im zweiten Teil (4) behandelt werden um die Bedeutsamkeit der modernen Logik für die Sprachwissenschaft wenigstens in ihren Grundzügen zu erfassen.Damit Texte, die von ihnen Gebrauch machen, nicht schon allein aufgrund ihrer Erscheinung für den Einzelnen unzugänglich sind soll auf den folgenden Seiten eine für die Sache selbst werbende Einführung versucht werden.

2 Logische Form bei Ludwig Wittgenstein[a]

Der Begriff der logischen Form ist ein ursprünglich philosophischer. Ludwig Wittgenstein führte ihn in seinem „Tractatus logico- philosophicus“ ein als das, „Was jedes Bild, welcher Form immer, mit der Wirklichkeit gemein haben muss, um sie überhaupt -- richtig oder falsch -- abbilden zu können, ist seine Form der Abbildung“[b] [1]. Eine exakte,

[a] Eine gute Darstellung bietet Gloy, Karen: Wahrheitstheorien.2004 im Kapitel über Wittgensteins Abbildtheorie.

[b] Wittgenstein spricht hier zwar von der „Form der Abbildung“, jedoch sagt er ebenfalls im Tractatus: 2.181: „Ist die Form der Abbildung die logische Form, so heißt das Bild logisches Bild“ in 2.182: „Jedes Bild ist auch ein logisches“ und in 2.2: „Das Bild hat mit dem Abgebildeten die logische Form der Abbildung gemein.“ Wenn ein

mathematischen Anforderungen genügende Darstellung dessen, was Wittgenstein unter der logischen Form versteht, findet sich z.B. bei von Kutschera (1975). Für das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es jedoch am zweckmäßigsten, diesen Begriff ausgehend von einem Beispiel zu beleuchten[2]:

> Man stelle sich einen Angeklagten in einem Gerichtsprozess vor, der, um seine Unschuld im verhandelten Verkehrsunfall zu beweisen, dem Richter dessen Hergang möglichst exakt schildern möchte. Da ihm rein sprachliche Mittel dafür nicht genau genug erscheinen stellt er die Szene unter Verwendung geeigneter Gegenstände nach, die – wenn überhaupt – nur näherungsweise den Fahrzeugen, Menschen, Bäumen, Laternenmasten usw. entsprechen, die an dem tatsächlichen Vorgang beteiligt waren.
>
> Selbst wenn der Angeklagte Brillen, Federhalter und Bücher verwendet um damit die tatsächlichen Gegenstände zu ersetzen, hat er gute Chancen, dem Richter den Vorgang genauer begreiflich zu machen, als er es mit rein sprachlichen Formulierungen vermocht hätte.

Ein solche Darstellung ist eben deswegen möglich, weil sich sowohl die tatsächliche wie die abbildende Szene *in der gleichen logischen Form* vollziehen: in diesem Fall Raum und Zeit. Die Relationen, welche die verschiedenen Gegenstände organisieren sind räumlich und zeitlich. Diese Form muss ihnen gemeinsam sein, wenn sie in einem getreuen Abbildungsverhältnis stehen sollen.

Das Prinzip der logischen Form leistet für Wittgenstein vor allem eines: Während die im Bild verwendeten Gegenstände völlig anders geartet sein können als ihre Pendants in der Wirklichkeit, sind die Relationen zwischen ihnen die gleichen – Das Bild ist nicht identisch mit der Tatsache, doch ihre *Strukturen* sind die gleichen.

Eine Partitur ist nicht das Gleiche wie ein Musikstück, doch haben sie beide die gleiche logische Form: die Abfolge (Sukzession) – im einen Fall von geschriebenen Noten, im anderen Fall von realisierten Tönen.

Schwieriger wird es wenn sich die logische Form nicht länger – oder bestenfalls metaphorisch – als Raum oder Zeit auffassen lässt.

Man nehme an Alfons liebe Berta. Sie stehen also beide in einem Verhältnis, einer Relation, zueinander. Was ist die logische Form dieses Sachverhaltes? Wenn es eine solche gibt, so ist sie nicht darstellbar, da es sich weder um ein räumliches, noch um ein zeitliches Verhältnis handelt. Der Umstand, dass wir wissen können, dass Alfons Berta liebt, zeigt jedoch an, dass wir eine mentale Repräsentation, ähnlich der nachgestellten Unfallszene, von der Tatsache haben, dass eben Alfons Berta liebt. Im Folgenden werden solche mentalen Repräsentationen *Propositionen* genannt werden.

Bild die Tatsache korrekt abbilden soll, wie jenes aus dem Verkehrsbeispiel (s.u.), dann ist die Form der Abbildung mit der logischen Form identisch.

3 Die Logiksprache L[c] [3]

3.1 Logische Form und Sprache

Es wurde herausgestellt, dass ein entscheidender Aspekt der logischen Form nach Wittgenstein jener der Relation ist. Die Wirklichkeit wird nach dieser Auffassung dem Menschen dadurch fasslich, dass das Verhältnis einzelner Dinge in der Gestalt einer Proposition, als Information, vom Verstand verarbeitet werden kann.

Was wird nun der oben eingeführte Angeklagte tun, wenn es für seine Verteidigung von Bedeutung ist, dass Alfons Berta liebt? Das Verhältnis der beiden in irgendeiner Weise in Raum und Zeit nachzustellen verspricht wenig Erfolg, da dies nicht die logische Form des tatsächlichen Verhältnisses von Alfons und Berta ist. Am einfachsten ist hier die sprachliche Mitteilung *Alfons liebt Berta*. Diese Aussage ist die Versprachlichung einer Proposition, welche die beiden Individuen Alfons und Berta in Beziehung zueinander setzt.

Der entscheidende Umstand ist hierbei, dass räumlich, ja nur linear angeordnete sprachliche Zeichen ein nicht- räumliches Verhältnis ausdrücken können.

Sprachliche Ausdrücke entwickeln sich also nicht in der gleichen logischen Form wie die Sachverhalte, die sie vermitteln sollen. Der Anschluss an diese wird vielmehr durch Konvention erreicht: Bestimmte sprachliche Zeichen stehen für bestimmte mentale Vorstellungen.

3.2 Prädikate – atomare Sätze

Die moderne Logik versucht, die mentalen Vorstellungen von Sachverhalten mit sprachlichen Zeichen dergestalt auszudrücken, dass wer sie liest eine klare Vorstellung des beschriebenen Sachverhalts gewinnen kann. Diesen Zweck erfüllen Kunstsprachen, die so konzipiert sind, dass Zweideutigkeiten ausgeschlossen sind. Wenn nun eine Proposition aus den Repräsentationen von Objekten und deren Relationen besteht, so muss eine Sprache, die sie eindeutig ausdrücken soll, mindestens zwei Arten von Zeichen enthalten:

1. Individuenkonstanten (`a,b,c,`...) stehen für bestimmte Individuen (z.B. *Alfons* aber nicht *Mensch*)

[c] Für eine exakte Darstellung empfehle ich folgende Einführungswerke: deutschsprachig, aber etwas älter: Hermes, Hans: Einführung in die mathematische Logik.1976 Neuer, in englischer Sprache: Dalen, Dirk van: Logic and Structure.2004 (s. Bibliographie)

2. Prädikate (A,B,C,...) stehen für Eigenschaften von und Relationen zwischen Individuen (z.B. *schläft* und *liebt*)

   Ihre Verwendung lässt sich am besten anhand eines ersten formalsprachlichen Satzes illustrieren, der in der Logiksprache L geschrieben wird. Vorerst beschränkt sich diese Sprache auf folgende Zeichen:

- Individuenkonstanten: a – *Alfons* ; b – *Berta* ;
- Prädikate : L – *liebt* ; S – *schläft* ;
- Hilfszeichen:

  Klammern (...) um den S k o p u s (Bezugsbereich) von Prädikaten anzugeben ; Kommata , zur Trennung der Argumente (Individuenzeichen im Skopus) eines Prädikats

Mit diesem Zeichenvorrat können nun u.a. folgende Sätze in L gebildet werden:

(1) L(a,b) – *Alfons liebt Berta*

(2) L(a,a) – *Alfons liebt sich selbst*

(3) S(b) – *Berta schläft*

Der strukturelle Unterschied zwischen (1) und (3) beruht darauf, dass L ein zweistelliges Prädikat ist, bei dem, insofern es sinnvoll gebraucht werden soll, zwei Leerstellen zu besetzen sind (die für den Liebenden und die für den Geliebten), wohingegen S sich nur auf ein A r g u m e n t (den Schlafenden) bezieht. Dieses Konzept der mehrstelligen Prädikate findet sich in ganz ähnlicher Form auch in den verschiedenen Modellen von Dependenzgrammatiken[d].

Sätze wie (1), (2) und (3), die nur aus Individuenkonstanten (oder -variablen) und Prädikaten bestehen, lassen sich nicht in noch kürzere Sätze aufspalten und heißen aus diesem Grund a t o m a r .

[d] Zur Familie der Dependenzgrammatiken zählen mehrere moderne Grammatiktheorien, wie z.B. die generative Transformationsgrammatik Noam Chomskys. Ihnen allen ist gemeinsam, dass sie als zentrales Element eines Satzes ein Verb sehen, das verschiedene „Leerstellen“ öffnet, die dann von anderen Satzteilen gefüllt werden können. So würde auch ein Dependenzgrammatiker konstatieren, dass dt. *liebt* zwei Leerstellen öffnet, die für gewöhnlich durch ein Subjekt im Nominativ und ein Akkusativobjekt zu besetzen sind, damit der Satz sinnvoll wird. Für einen Überblick eignen sich beispielsweise Linke, Angelika: Studienbuch Linguistik.2004 oder Eroms, Hans- Werner: Syntax der deutschen Sprache.2000 (s. Bibliographie)

3.3 Junktoren – komplexe Sätze

3.3.1 Logische Operatoren

Solche atomaren Sätze können nun miteinander zu komplexeren Sätzen verbunden werden. Aus den natürlichen Sprachen kennt man Konjunktionen wie *weil, damit, während, bevor* usw. In der mathematischen Logik beschränkt man sich üblicherweise auf folgende sechs Operatoren:

- $\perp$ - falsum (eher eine logische Konstante denn ein Operator s. 3.3.3)
- $\neg$ – Negation (*nicht*)
- $\wedge$ – Konjunktion, logisches „und"
- $\vee$ – Disjunktion, logisches „oder" (nicht ausschließendes „oder")
- $\rightarrow$ – Implikation (*dann, wenn* – Umkehrschluss unzulässig)
- $\leftrightarrow$ – Äquivalenz (*genau dann, wenn* – Umkehrschluss zulässig)

3.3.2 Logische Wahrheit

Die genaue Funktionsweise dieser Operatoren wird anhand des Wahrheitsbegriffes[e] bestimmt. In der klassischen Logik kann einem jeden Satz genau ein Wahrheitswert zugeordnet werden: der Satz ist entweder wahr oder falsch, ein drittes gibt es nicht (tertium non datur). Der Wahrheitswert (W – „wahr" / F – „falsch") eines komplexen Satzes, der mittels der oben aufgeführten Operatoren gebildet wurde, hängt allein von den Wahrheitswerten seiner atomaren Teilsätze ab.

In der folgenden Wahrheitstabelle stehen in den ersten beiden Spalten neben einander verschiedene potentielle Wahrheitswerte (W – „wahr" / F – „falsch") für die Sätze α und β, die dann mittels der Operatoren in den anderen Spalten kombiniert werden:

α	β	$\perp$	$\neg\alpha$	$b \wedge \beta$	$\alpha \vee \beta$	$\alpha \rightarrow \beta$	$\alpha \leftrightarrow \beta$
W	W	F	F	W	W	W	W
W	F	F	F	F	W	F	F
F	W	F	W	F	W	W	F
F	F	F	W	F	F	W	W

[e] Eine philosophische Analyse dessen, was mit Wahrheit gemeint ist, kann hier nicht erfolgen. Auffassungen wie jene der ontologischen Wahrheit etwa sind für unsere Zwecke nicht unmittelbar von Bedeutung. Eine ausführliche Darstellung findet sich bei Gloy, Karen: Wahrheitstheorien.2004 (s. Bibliographie)

3.3.3 Falsum und Negation

Am einfachsten verhält es sich mit falsum ($\perp$) – es hat stets den Wahrheitswert „falsch", weshalb es auch eher als logische Konstante denn als Operator zu verstehen ist.

Die Negation ist ähnlich leicht zu verstehen: Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten (tertium non datur), welcher der klassischen zweiwertigen Logik zu Grunde liegt, besagt, dass entweder eine Aussage, oder aber ihre Verneinung wahr sein muss:

`S(a)` – *Alfons schläft.*

`¬S(a)` – *Alfons schläft nicht.*

3.3.4 Konjunktion und Disjunktion

Die beiden Operatoren $\wedge$ und $\vee$ sind intuitiv ebenfalls leicht zu verstehen: Damit eine Konjunktion (Verbindung mit *und*) wahr ist, müssen ihre beiden Teilsätze wahr sein.

`L(a,a) ∧ L(a,b)` - *Alfons liebt sich und (Alfons liebt) Berta* ist wahr gdw[f]

`L(a,a)` wahr ist und

`L(a,b)` wahr ist.

Die Disjunktion ist aufzufassen als ein nicht ausschließendes *oder*, d.h. damit der durch sie produzierte Satz wahr ist müssen entweder der erste oder der zweite oder beide Teilsätze wahr sein. Nur wenn beide falsch sind, ist auch die Verknüpfung falsch.

3.3.5 Implikation und Äquivalenz

Die Werteverteilung bei der Implikation und der Äquivalenz ist zunächst weniger einsichtig:

`L(a,b) → L(a,a)` - *Wenn Alfons Berta liebt, liebt er sich selbst.*[g] Ist nur falsch gdw `L(a,b)` Wahr ist und `L(a,a)` falsch ist.

Dieser Umstand ist intuitiv bei weitem nicht so leicht zugänglich, wie die Regeln für die Konjunktion und Disjunktion (4.1 wird hinsichtlich der Implikation zur Aufklärung beitragen).

3.3.6 Bindestärken der Operatoren

Teilsätze im Sinne von α und β können allerdings nicht nur atomare Sätze, sondern auch ihrerseits komplexe Sätze sein, z.B. in:

---

[f] genau dann, wenn

[g] Dieser Satz ist im übrigen durchaus sinnvoll: Viele Liebestheorien (z.B. jene des Aristoteles) gehen davon aus, dass ein Mensch, um einen anderen zu lieben, zunächst sich selbst lieben muss.

$L(a,b) \land L(b,a) \rightarrow G(a)$ Das Prädikat G soll in diesem Zusammenhang bedeuten *ist glücklich*. Damit ist jedoch nicht klar, wie der Satz zu verstehen ist. Ist er eine

1. Implikation mit den Teilsätzen $L(a,b) \land L(b,a)$ und $G(a)$ oder eine
2. Konjunktion mit den Teilsätzen $L(a,b)$ und $L(b,a) \rightarrow G(a)$.

Je nachdem wäre der Satz zu lesen als:

1. *Wenn Alfons Berta liebt und sie (Berta) ihn (Alfons) liebt, dann ist Alfons glücklich.*
2. *Alfons liebt Berta und wenn Berta Alfons liebt ist er (Alfons) glücklich.*

Ähnlich der aus der Mathematik bekannten Regel „Punkt vor Strich" hat auch jeder der logischen Operatoren eine Bindungsstärke, die angibt, welche Teilsätze als der Gesamtkonstruktion untergeordnet zusammengefasst werden müssen. In abnehmender Bindestärke sind die Operatoren folgendermaßen anzuordnen: $\neg \mid \land | \lor | \rightarrow | \leftrightarrow$.

Von den oben angegebenen Möglichkeiten ist also die erste zu wählen. Soll die zweite ausgesagt werden, so ist dies nur möglich, indem Klammern zwei Teilsätze aneinander binden: $L(a,b) \land (L(b,a) \rightarrow G(a))$.

3.4 Quantoren

Mit der bisher erarbeiteten formalen Sprache ist es lediglich möglich, Aussagen über individuelle Einzeldinge zu machen. Das menschliche Denken bezieht sich jedoch vielfach auch auf Allgemeinbegriffe (z.B. *Mensch*). Anstatt nun Begriffskonstanten einzuführen beschreitet die klassische Logik einen anderen Weg und führt folgende Zeichen ein:

- x, y, z – Individuenvariablen
- $\forall$ - der Allquantor
- $\exists$ - der Existenzquantor

Der Gebrauch dieser Operatoren kann am ehesten durch Beispiele erklärt werden:

(1) $\exists x(L(x,b))$ *Es gibt mindestens ein Ding x für das gilt: x liebt Berta = Etwas liebt Berta.*

(2) $\forall x(L(x,b))$ – *Für alle Dinge x gilt: x liebt Berta. = Alles liebt Berta*

(3) $\forall x(L(b,x))$ – *Für alle Dinge x gilt: Berta liebt x. = Berta liebt alles*

Die Quantoren binden hier eine Individuenvariable x, die dann in den Aussagen im Skopus (Bezugsbereich) des Quantors Verwendung findet. Dort können auch komplexe Sätze stehen:

Neue Prädikate: M – *ist ein Mensch* ; K – *ist Körperwesen* ;

(4) $\exists x(M(x) \land L(x,b))$ – *Es gibt mindestens ein Ding x für das gilt: x ist ein Mensch und x liebt Berta = Mindestens ein Mensch liebt Berta*

(5) $\forall x(M(x) \rightarrow L(x,b))$ – *Für alle Dinge x gilt: wenn x ein Mensch ist, dann liebt x Berta. = Alle Menschen lieben Berta.*

(6) $\forall x(M(x) \land L(x,b))$ – *Für alle Dinge x gilt: x ist ein Mensch und x liebt Berta = Alles ist ein Mensch und Alles liebt Berta.*

(7) $\forall x \exists y(M(x) \land L(x,y) \rightarrow L(x,x))$ – *Für alle Dinge x gilt: Wenn x ein Mensch ist und es ein y gibt, das von x geliebt wird, dann liebt x x. = Alle Menschen, die etwas lieben, lieben sich selbst.*

Besonderes Augenmerk ist zu richten auf den Unterschied zwischen (5) und (6). Die Implikation erfüllt im Skopus eines Allquantors eine ähnliche Aufgabe wie die Konjunktion im Skopus eines Existenzquantors.

Sie ermöglicht es eben auch, wie gefordert, Allgemeinbegriffe in eine Hierarchie zu bringen:

1. $\forall x(M(x) \rightarrow K(x))$ – *Für alle Dinge x gilt: Wenn x ein Mensch ist, dann ist x ein Körperwesen = Alle Menschen sind Körperwesen.*

4 Linguistische Anwendungsbeispiele

Die bisher erarbeiteten Grundlagen reichen aus für das Verständnis einiger sprachwissenschaftlicher Problemstellungen, von denen hier zwei ausführlicher dargestellt und einige weitere nur angesprochen werden sollen.

4.1 implikative Universalien

Eine praktische Anwendung eines der Operatoren ergibt sich für den Linguisten z.B. in der Universalienforschung. Diese Diziplin befasst sich mit der „Erforschung und Beschreibung derjenigen Eigenschaften, die allen natürlichen Sprachen gemeinsam sind“[4]. Eine solche Eigenschaft wird dann als Universale bezeichnet. E i n f a c h e U n i v e r s a l i e n der Form „alle Sprachen sind…“ oder „alle Sprachen haben…“ sind jedoch oft trivial.[5] Weitaus interessanter sind die so genannten i m p l i k a t i v e n U n i v e r s a l i e n, die besagen, dass eine Sprache[h] ein bestimmtes Merkmal nur dann aufweisen kann, wenn sie auch ein anderes aufweist, z.B.:[6]

[h] Sprache ist hier in der Terminologie von Ferdinand de Saussure als „langue“ zu verstehen, also als Regelsystem, welches dem es beherrschenden Sprecher gestattet, wohlgeformte Sätze zu bilden.

Wenn eine Sprache einen Dual[i] *hat, hat sie auch einen Plural.*

Logische Analyse: $\forall x(S(x) \wedge D(x) \rightarrow P(x))$ – *Für alle Dinge x gilt, wenn x eine Sprache ist und einen Dual hat, dann hat x einen Plural.*

Die Bedingung, eine Sprache zu sein, muss gestellt werden, da der Allquantor sich stets auf alle Objekte (also z.B. auch auf Kaninchen und Planeten) bezieht, wenngleich sich das Interesse des Sprachwissenschaftlers in erster Linie auf die Implikation $D(x) \rightarrow P(x)$ richten wird. Sie erlaubt es, alle Sprachen der Welt in vier potentielle Klassen einzuteilen, von denen eine leer bleiben muss, wenn das Universale gültig sein soll:

	$P(x)$ = *Plural*	$\neg P(x)$ = *kein Plural*
$D(x)$ = *Dual*	OK	$\varnothing$
$\neg D(x)$ = *kein Dual*	OK	OK

Es darf also (bei Gültigkeit des Universalen) nur Sprachen mit folgender Merkmalsausprägung geben:

1. Plural und Dual
2. Plural aber keinen Dual
3. weder Plural noch Dual

Nicht geben darf es jedoch die Kombination: Dual aber keinen Plural.

Dieser letzte Fall entspricht der einzigen Kombination[j] der beiden Teilglieder einer Implikation, bei der diese den Wahrheitswert „falsch“ annimmt[k], womit nun deutlicher werden dürfte, was mit der Implikation letztlich ausgesagt wird:

$\alpha \rightarrow \beta$ bedeutet:

1. β ist notwendige Bedingung für α.
2. α ist hinreichende Bedingung für β.

[i] „Subkategorie des Numerus, durch die im Unterschied zum Singular und zum nicht präzise quantifizierten Plural die Zweizahl/Paarigkeit von als paarig betrachteten Elementen mit eigenen nominalen und/oder verbalen Formen angezeigt wird, z.B. lat. ambo 'beide'. Das ie. D.paradigma wurde in späterer Zeit oft durch Pluralformen ersetzt. Ursprüngl. D.formen übernahmen aber auch Pluralfunktion, z.B. im Bair. ös 'ihr < ihr beiden' und enk 'euch < euch beiden'. Der D. ist z.T. im Altgriech. und im Got. (weis 'wir' vs. wit 'wir beide') erhalten. Er wird ferner gegenwärtig in manchen slav. Spr. verwendet, z.B. im Slovenischen und im Sorbischen; “ (Lexikon Sprache: Dualis, S. 1. Digitale Bibliothek Band 34: Metzler Lexikon Sprache, S. 2437 (vgl. MLSpr, S. 171) (c) J.B. Metzler Verlag)

[j] In der Wahrheitstabelle s. 3.3.2

[k] Nach dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten bedeutet ja $\neg D(x)$ dass das Vorderglied der Implikation, $D(s)$, falsch ist. Dies ist nach der Wahrheitstabelle nur zulässig, wenn dann auch das hintere Glied falsch ist. Daraus, dass dies nur bei einer Kombination so ist, erklärt sich die Verteilung.

Der Begriff der implikativen Universalien hat größte Bedeutung für die Arbeiten des Universalienforschers Greenberg, welcher in den 1970er Jahren seinen Gegenstand auf eine neue Grundlage gestellt und daraus sogar eine neue Sprachtypologie, die relationale Typologie, entwickelt hat[7].

4.2 Vennemann: Warum gibt es Syntax

4.2.1 Vennemanns Logiksprache – drei neue Operatoren

Die vorliegende Arbeit hingegen beschränkt sich auf die bisher erarbeiteten Zeichen, wer nur sie lesen möchte, kann 4.2.1 überspringen. Um den Aufsatz jedoch im Original zu verstehen muss man wissen, was es mit diesen drei Operatoren auf sich hat.

Da Vennemann die logischen Zeichen zur Analyse natursprachlicher Sätze heranzieht, muss er sie erweitern. Dort wo Vennemann lediglich in seiner Notation von der in vorliegender Arbeit Gebrauchten abweicht, werden die Ausdrücke in der bekannten Schreibweise wiedergegeben. Vennemann gebraucht jedoch auch drei Zeichen, die seine Sprache ein Stück mächtiger machen, als die bisher entwickelte: Den Jota, den Eta- und den Alphaoperator. Im Folgenden soll die Bedeutung des Jotaoperators herausgearbeitet werden. Die Ableitung ist nicht einfach und nicht immer intuitiv nachvollziehbar. Sie erfüllt an dieser Stelle den Zweck, die Funktionsweise der Aussagenlogik und ihre Allgemeingültigkeit zu demonstrieren.Der Jotaoperator kann direkt aus den bisher bekannten Regeln abgeleitet werden[8]:

Neue Prädikate: F – *ist Eiffelturm*; S – *ist aus Stahl;* I – *sind identisch* (statt $I(x,y)$ schreibt man auch $x=y$, wobei „=“ stärker bindet als alle Operatoren*)*

(1) $\exists x(F(x))$ – *Es gibt mindestens einen Eiffelturm*

(2) $\forall x \forall y(F(x) \wedge F(y) \rightarrow x=y)$ – *es gibt höchstens einen Eiffelturm*

Satz (1) ist der Form nach bereits bekannt. Satz (2) ist interessanter: Das zweite Glied der Implikation drückt die Einzigartigkeit dessen aus, was im ersten Glied als Eiffelturm charakterisiert worden ist.

(3) $\exists x(F(x)) \wedge [\forall x \forall y(F(x) \wedge F(y) \rightarrow x=y)]$ – *es gibt mindestens einen Eiffelturm und es gibt höchstens einen Eiffelturm = es gibt genau einen Eiffelturm.*

Der Satz (3) entsteht durch Konjunktion der Sätze (1) und (2).

(4) $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$ – *Alle Eiffeltürme sind aus Stahl*

(5) $\exists x(F(x)) \wedge [\forall x \forall y(F(x) \wedge F(y) \rightarrow x=y)] \wedge [\forall x(F(x) \rightarrow G(x))]$

- *es gibt mindestens einen Eiffelturm und es gibt höchstens einen Eiffelturm und alle Eiffeltürme sind aus Stahl = Der (einzige) Eiffelturm ist aus Stahl*

(6) $G(\iota x(Fx)) \leftrightarrow \exists x(F(x)) \wedge x\forall y(F(x) \wedge F(y) \rightarrow x=y) \wedge \forall x(F(x) \rightarrow G(x))$

Satz (4) ist der Form nach bereits bekannt. Satz (5) ist die Konjunktion von (3) und (4). Satz (6) definiert die Funktionsweise des Jota Operators. Die Umständliche Schreibweise von (5) kann ersetzt werden durch $G(\iota x(Fx))$. Dieser Ausdruck bedeutet also ebenfalls: *Der (einzige) Eiffelturm ist aus Stahl*. Ohne die Prädikation mit G ist der Satz unvollständig, $\iota x(Fx)$ steht lediglich für **Der (einzige) Eiffelturm*.

Entsprechend definiert Vennemann: „die anwendungsbedingungen für den jota-operator sind, dass es ein [x mit $F(x)$] gibt und dass es nicht mehr als eins gibt.“[l] | [9]

In paralleler Weise zum Jotaoperator gebraucht Vennemann noch zwei weitere, welche hier nicht hergeleitet, sondern lediglich ihrer Funktion nach charakterisiert werden sollen:

1. Etaoperator: $G(\eta x(Fx))$ Im Gegensatz zum Jotaoperator, der auf einzigartige Gegenstände verweist, stellt der Etaoperator diese Bedingung nicht, Es muss nur mindestens ein x mit F geben, das G ist. Dennoch wird lediglich auf ein Exemplar von F verwiesen, es wird nur nichts darüber gesagt ob es neben diesem noch weitere gibt. Der Operator leistet somit das, was im Deutschen mit dem unbestimmten Artikel bewerkstelligt wird.
2. Alphaoperator: $G(\alpha x(Fx))$ Seine Bedeutung weicht von jener des Etaoperators nur insofern ab, als das von ihm gebundene Individuum nur in gewissen möglichen Welten[m], nicht unbedingt in der jeweils betrachteten Welt existieren muss. Vennemann gibt das Beispiel den Satz *Peter sucht ein Einhorn*[10] an. In der jeweils betrachteten Welt (die von Peter) gibt es keines, weshalb der Etaoperator nicht gesetzt werden darf, ein Einhorn „existiert“ jedoch in bestimmten möglichen, d.h. denkbaren Welten.

---

[l] Die Zeitschrift für germanistische Linguistik, die Vennemanns Artikel veröffentlicht hat, entschied sich allgemein für die internationale Kleinschreibung, weshalb auch die hier wörtlich wiedergegebenen Zitate auf die grundsätzliche Großschreibung von Substantiven verzichten.

[m] Der Begriff der möglichen Welt geht auf G.W. Leibniz zurück. Er hob sie von unserer tatsächlichen Welt ab. Es gibt nun Dinge, die zwar in unserer Welt nicht vorkommen, wohl aber in gewissen möglichen Welten, also denkbar sind(z.B. rote Hasen). Es gibt allerdings auch Dinge wie etwa ein viereckiger Kreis, die nicht einmal denkbar sind und in keiner möglichen Welt vorkommen.

4.2.2 Zu Vennemanns Aufsatz

Unter 2 und 3.1 wurde gezeigt, dass das primäre Bestreben einer formalen Sprache darin besteht, Propositionen in e i n d e u t i g e r Weise zu verbalisieren. Unter 3 wurden Ansätze zur Lösung dieses Problems vorgestellt. Dort wurden die Beispiele jeweils in drei Formen dargeboten:

1. in formaler Schreibung (z.B. $\forall$`x(L(x,b)))`
2. als exakte Verbalisierung (z.B. *Für jedes Ding x gilt: x liebt Berta*)
3. als normalsprachliche Verbalisierung (z.B. *Alle lieben Berta*)

Vennemann unternimmt in seinem Aufsatz „Warum gibt es Syntax“ u.a. den Versuch, ausgehend von den Unterschieden zwischen diesen drei Formen Gründe dafür abzuleiten, dass die normalsprachliche Verbalisierung sich in ihrer aktualen Form ausgestaltet, also w a r u m S y n t a x s o i s t , w i e s i e i s t .

Bereits unter 3.1 wurde herausgestellt, dass die Versprachlichung von Propositionen eine Abbildung nicht- räumlicher Strukturen auf eine räumliche, lineare Anordnung bedeutet. Daraus ergeben sich – laut Vennemann - zwei Probleme: Das K o m p a k t h e i t s p r o b l e m und das H i e r a r c h i e p r o b l e m[11]. Vor allem für die Erklärung des ersteren bedient er sich der formalen Logiksprache, weshalb im Folgenden nur auf diese eingegangen wird:

4.2.3 Das Kompaktheitsproblem

Vennemann sieht in der gesprochenen Sprache den Prototypen. Das rein lautliche Zeichen jedoch ist flüchtig. Wenn bei der Verbalisierung einer Proposition sehr lange Sätze entstehen, wie in Form 3 (den exakten Verbalisierungen), kann es sein, dass der Anfang des Satzes bereits vergessen ist noch bevor er vollständig ausgesprochen wurde. Darunter nun würde die Verständlichkeit erheblich leiden. Den gleichen unerwünschten Effekt ziehen stark verschachtelte Sätze nach sich. „Das ziel der syntax muß also sein, k u r z e s ä t z e mit g e r i n g e r e i n b e t t u n g s t i e f e , ich sage kurz: k o m p a k t e s ä t z e zu erzeugen.“ [12]

Ein wichtiges Mittel zur Verkürzung der natursprachlichen Sätze besteht darin, V a r i a b l e n z u e l e m i n i e r e n :

Neue Prädikate: E – *ist Einhorn* ; V – *ist Vater von* ; T – *ist verträumt* ;

(1) $\forall x(E(x) \rightarrow T(x))$

In der Logiksprache wäre (1) zu lesen als: Für jedes Ding x gilt: *Wenn x ein Einhorn ist, dann ist x verträumt*. Diese Ausdrucksweise ist in der Tat umständlich. Die normale umgangssprachliche Formulierung würde wohl lauten: *Jedes Einhorn ist verträumt* oder *Alle*

Einhörner sind verträumt. Das zweimalige Auftauchen der Variable x wird hier umgangen, indem das Prädikat *ist Einhorn* zu *Einhorn*, einem Allgemeinbegriff, nominalisiert wird. Die logische Sprache verfügt nur über Zeichen für Individuen und über solche für Eigenschaften (Prädikate). Dass Substantive in der natürlichen Sprache auch für Allgemeinbegriffe stehen können, ermöglicht es, das erste Vorkommnis der Variable zu eliminieren. Mehr noch: Auch die zweite Instanz von x ist nicht mehr notwendig, da das Prädikat *ist verträumt* direkt als Adjektiv dem Allgemeinbegriff zugeordnet werden kann. Die Nominalisierung von Prädikaten ist also ein wichtiger Schritt zur Lösung des Kompaktheitsproblems.

Ein weiteres Konstruktionsprinzip zu dessen Überwindung besteht in der Erzeugung komplexer Prädikate, da die Anzahl der in einer natürlichen Sprache verwendbaren Prädikate begrenzt ist. Im Deutschen gibt es eine Verbalisierung des Prädikats R – *ist rot*, und eine für das Prädikat H – *ist ein Haus*. Eine Verbalisierung des Prädikats A – *ist ein *Rothaus* gibt es jedoch nicht. Man könnte also folgenden Satz (2) in der Logiksprache nicht auf Deutsch vorlesen:[n]

Neue Individuenkonstante i - ich

(2) $\exists(A(x))$ – *(Es gibt mindestens ein Ding x für das gilt:) x ist ein *Rothaus.*

(3) $\exists\ ((x) \wedge H(x))$ – *(Es gibt mindestens ein Ding x für das gilt:) x ist rot und x ist ein Haus*.

Der Satz (3) kann gelesen werden, ist jedoch umständlich. Das Deutsche bietet eine Möglichkeit, die beiden Prädikate zu einem Komplex aus Adjektiv und Substantiv zu kombinieren: *x ist ein rotes Haus*.

Diese Beispiele sollen für die Darstellung im Rahmen dieser Arbeit genügen, da sie ausreichen um die Nützlichkeit formaler Darstellungen in sprachwissenschaftlichen Arbeiten zu zeigen. Der Aufsatz Vennemanns – ausdrücklich zur Lektüre empfohlen – bietet noch einige weitere Gedankengänge, zu deren Darstellung die formale Sprache einen unverzichtbaren Beitrag leistet.

5 Weitere Anwendungsgebiete

Die ausgeführten Beispiele (4.1 und 4.2) sind nur zwei unter einer Vielzahl von Anwendungen. Eine noch größere Rolle spielt die formalsprachliche Analyse

---

[n] Vennemann schreibt auf S.262 in seinem Beispiel einen anderen logischen Satz, welcher bedeutet: *Das, was ich sehe ist etwas, das rot ist und das ein Haus ist*. Um einen derartigen Satz logisch zu konstruieren benötigt man die unter 4.2.1 entwickelten zusätzlichen Operatoren. Um an dieser Stelle jedoch das Verständnis zu erleichtern, wurde das Beispiel entsprechend vereinfacht.

natursprachlicher Sätze in der Montague- Grammatik[o], die versucht, exakte Relationen zu definieren, welche die Oberflächenstrukturen natürlicher Textkorpora in formale Logiksprache „übersetzen“. Dieses Verfahren ist sehr komplex, hat jedoch den Vorteil, dass die Tiefenstruktur eines Textes nicht mehr verstanden werden muss, damit eine hinter der Oberfläche stehende logische Struktur formuliert werden kann. Die meisten maschinellen Übersetzungsprogramme bauen auf diesem Prinzip auf, da eine Maschine den zu übersetzenden Text ja nicht verstehen sondern nur mechanisch lesen und umrechnen kann.
Den größten Stellenwert hat die formale Logik jedoch noch immer dort, wo sie ihren Ursprung hat: in der Mathematik. Sie überprüft ihre Beweise anhand eben jener aussagenlogischen Regeln, die unter 3.3 entwickelt wurden. Die formale Logik, einst in ihrer philosophischen Tragweite weit überschätzt, ist doch heute ein zuverlässiges Instrument geworden um Beweise zu führen, Computerprogramme zu schreiben, und eben auch um Sprachwissenschaftliche Forschung zu betreiben.

[o] Zur Einführung: Löbner, Sebastian: Einführung in die Montague- Grammatik.1976

Bibliographie

- Dalen, Dirk van: Logic and Structure. Springer 2004
- Eroms, Hans- Werner : Syntax der deutschen Sprache. De Gruyter 2000
- Hermes, Hans: Einführung in die mathematische Logik. Klassische Prädikatenlogik. Teubner 1976
- Gloy, Karen: Wahrheitstheorien. Eine Einführung. Francke 2004
- Greenberg, Joseph Harold: Typology and Cross- Linguistic Generalizations.in: Universals of human language. Bd 1 Method and theory S.33-59. Stanford 1978
- Heusinger, Klaus von: Der Epsilon-Operator in der Analyse natürlicher Sprache. Teil I: Grundlagen. 1993. Bezogen als elektronischer Volltext von der Universität Konstanz am 18. 11. 2007. URL: **http://www.ub.uni-konstanz.de/kops/volltexte/2000/485/**
- Kutschera, Franz von: Sprachphilosophie. Fink 1975
- Linke, Angelika (hrsg.): Studienbuch Linguistik. Niemeyer 2004
- Löbner, Sebastian: Einführung in die Montague- Grammatik. Scriptor 1976
- Vennemann, Theo : Warum gibt es Syntax?. Syntaktische Konstruktionsprinzipien in logischer und psychologischer Sicht. In: Zeitschrift für germanistische Linguistik 1/1973 S.257 – 283. De Gruyter 1973
- Wittgenstein, Ludwig: Tractatus logico- philosophicus. In: ders. Werkausgabe Bd 1. Suhrkamp 1984

Quellennachweise

---

[1] Wittgenstein, Ludwig: Tractatus logico- philosopicus 2.18

[2] vgl. Gloy, Karen: Wahrheitstheorien. 2004 S.109 - 111

[3] Die hier entwickelte Sprache folgt Hermes 1976

[4] Lexikon Sprache: Universalienforschung, S. 1. Digitale Bibliothek Band 34: Metzler Lexikon Sprache, S. 10332 (vgl. MLSpr, S. 761) (c) J.B. Metzler Verlag

[5] Ebd.

[6] Vgl. dies und das folgende: Greenberg, Joseph Harold: Typology and Cross- Linguistic Generalizations. 1978

[7] Ebd.

[8] Vgl. Heusinger, Klaus von: Der Epsilon-Operator in der Analyse natürlicher Sprache. Teil I: Grundlagen. 1993.

[9] Vennemann, Theo : Warum gibt es Syntax?. 1973, Fußnote S.261

[10] Ebd.

[11] Ebd. S. 261 im Text

[12] Ebd. S. 260